TEMPERATURSTRUKTUREN IN SUPRALEITENDEN MIKROBRÜCKEN ALS NICHTGLEICHGEWICHTS-PHASENÜBERGANG

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard - Karls - Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
LUTZ FREYTAG
aus Düsseldorf

1984

TEMPERATURSTRUKTUREN IN SUPRALEITENDEN MIKRO-BRÜCKEN ALS NICHTGLEICHGEWICHTS-PHASENÜBERGANG

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard - Karls - Universität
zu Tübingen

vorgelegt von
LUTZ FREYTAG
aus Düsseldorf

1984

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Juli 1984

Dekan	:	Prof. K.-H. Herrmann
1. Berichterstatter	:	Prof. R. P. Hübener
2. Berichterstatter	:	Prof. F. Wahl
3. Berichterstatter	:	Prof. W. Eisenmenger

Abstract

Freytag, Lutz:

Temperaturstrukturen in supraleitenden Mikrobrücken als Nichtgleichgewichts-Phasenübergang

In strombelasteten, supraleitenden Mikrobrücken können Temperaturstrukturen auftreten. Diese stabilen Strukturen zeigen eine Analogie zu Phasenübergängen erster Art, wie sie im einfachsten Fall durch die Landau-Theorie beschrieben werden. Die Divergenz der Relaxationszeiten (critical slowing down) und die Divergenz der Einflußfunktionen am kritischen Punkt können aus dieser Analogie heraus verstanden werden.
Zur Untersuchung solcher Temperaturstrukturen ist das Rasterelektronenmikroskop, ausgestattet mit einer Tieftemperaturstufe, besonders geeignet. Der Abbildungsmechanismus kann durch Anwendung der Störungsrechnung auf die Wärmebilanzgleichung vollständig verstanden werden.
Insbesondere liefert diese Theorie die Auflösungsverbesserung der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie aufgrund des thermischen Skineffekts und die Divergenz der Einflußfunktion bei Annäherung an den kritischen Punkt.
Diese beiden Effekte werden auch experimentell nachgewiesen.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41536524_0007

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken	4
2.1 Theorie von Skocpol, Beasley und Tinkham	4
2.2 Diskussion der Strom-Spannungskennlinie	10
2.3 Proben und Probenpräparation	14
2.4 Experimentelle Ergebnisse	16
2.5 Diskussion	17
3. Phasenübergänge und Temperaturstrukturen	19
3.1 Landau-Theorie der Phasenübergänge	19
3.2 Analogie zwischen Phasenübergängen und den Eigenschaften von Temperaturstrukturen	22
3.3 Kritisches Verhalten	23
3.4 Gültigkeit des Modells	25
4. Dynamisches Verhalten von Temperaturstrukturen	27
4.1 Theorie der Zonenwanderung	27
4.2 Analogie zur Physik der Phasenübergänge	29
4.3 Experimenteller Aufbau	30
4.4 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion	33
5. Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie	35
5.1 Aufbau der Tieftemperaturstufe	35
5.2 Abbildungsverfahren und Auflösungsvermögen	36
6. Theorie der Abbildung einer Temperaturstruktur	37
6.1 Linearisierte Störungstheorie	38
6.2 Physikalische Interpretation	44
6.3 Statisches Verhalten	44
6.4 Dynamisches Verhalten	49

7. Auflösungsverbesserung durch Hochfrequenzmodulation 50
7.1 Elektrischer Aufbau 50
7.2 Proben 53
7.3 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion 54

8. Divergenz der Einflußfunktion 58
8.1 Experimenteller Aufbau 60
8.2 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion 60

9. Zusammenfassung 63

10. Anhang 1: Serienschaltung von neun Brücken 65

11. Anhang 2: Zweidimensionale Wärmeausbreitung 68

12. Anhang 3: Ergänzungen zur Störungstheorie 70

13. Literaturverzeichnis 73

1. Einleitung

Die Physik der nichtlinearen Systeme hat in den letzten Jahren eine stürmische Entwicklung erfahren. Zwei wichtige Aspekte dieser nichtlinearen Systeme sind in den Vordergrund gerückt [1.1]: Einerseits die Bildung von räumlichen und zeitlichen Strukturen, die bei dissipativen Systemen fern vom thermischen Gleichgewicht auftreten, und andererseits das Auftreten völlig irregulären Verhaltens (Chaos) in diesen Systemen, obwohl diese durch deterministische Differentialgleichungen beschrieben werden. In der Tieftemperaturphysik findet man als typisches Beispiel für chaotisches Verhalten den Josphesoneffekt in Tunnelkontakten oder Mikrobrücken [1.2-1.4].

Am besten untersucht wurde die Strukturbildung in hydrodynamischen Strömungsmustern und beim Kristallwachstum. In der Tieftemperaturphysik ist die Ausbildung normalleitender Bereiche in stromtragenden, supraleitenden Brücken ein weiteres Beispiel einer solchen Strukturbildung. Wird in einer stromtragenden Brücke aus supraleitendem Material die Sprungtemperatur in einem Gebiet überschritten, so kann sich dieses normalleitende Gebiet aufgrund Joulescher Heizung unter bestimmten Bedingungen selbst stabilisieren. Dieses System weist aufgrund des Sprungverhaltens des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur die typischen Eigenschaften eines nichtlinearen Systems auf. Da aber die dieses System beschreibende Differentialgleichung stückweise linear ist, kann diese Gleichung analytisch gelöst werden [1.5].
Häufig ist es möglich, eine Analogie zwischen dem Verhalten solcher nichtlinearen, dissipativen Systeme und Phasenübergängen herzustellen [1.6 u. 1.7].
Für die Untersuchung dieser Temperaturstrukturen in supraleitenden stromtragenden Brücken hat sich das Rasterelektronenmikroskop, ausgerüstet mit einer Tieftemperaturstufe, als wichtiges Hilfsmittel erwiesen [1.8 - 1.12]. Mit Hilfe des Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskops ist es möglich, eine solche normalleitende Zone in der Brücke direkt abzubilden. Bisher fehlte jedoch ein theoretischer Ansatz, der den Abbildungsmechanismus restlos erklären konnte.

Eines der Ziele dieser Arbeit war es, eine solche Theorie zu entwickeln und experimentell zu überprüfen. Mit Hilfe der linearisierten Störungstheorie konnte ein geeignetes Modell entwickelt werden. Die in dieser Theorie auftretenden Divergenzen wurden aus der Analogie zur Physik der Phasenübergänge verständlich. Ebenso konnten aus dieser Analogie weitere Experimente zum dynamischen Verhalten solcher Temperaturstrukturen entwickelt werden.

Die Ergebnisse dieser Theorie vertieften aber auch das Verständnis der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie (TTREM). So war es im Rahmen dieser Arbeit möglich, die bereits bestehenden Erkenntnisse [1.12 - 1.16] über die Abbildungsmechanismen bei der TTREM zu erweitern.

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird die Theorie der Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken vorgestellt und die Gültigkeit dieser Theorie für die hier verwendeten Proben gezeigt.

In Kapitel 3 wird die Analogie zwischen dem Verhalten der Temperaturstrukturen und Phasenübergängen erster Art, wie sie im einfachsten Fall durch die Landau-Theorie beschrieben werden, aufgezeigt. So kennt man von den Phasenübergängen das Phänomen der Verlangsamung der Relaxationszeiten (critical slowing down) und die Divergenz der Einflußfunktionen bei Annäherung an den kritischen Punkt. In Kapitel 4 wird die Verlangsamung der Relaxationszeiten am System der Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken experimentell nachgewiesen und theoretisch beschrieben.

Kapitel 5 gibt eine kurze Einführung in die TTREM. In Kapitel 6 werden die Auswirkungen des Elektronenstrahls auf die Temperaturstrukturen mit Hilfe der linearisierten Störungstheorie diskutiert und an Hand früherer Experimente nachgeprüft.

Kapitel 7 beschäftigt sich mit dem Auflösungsvermögen der TTREM. Es zeigt sich, daß die Temperaturstrukturen hervorragend geeignet sind, die Abbildungsmechanismen der TTREM zu studieren, und daraus Aussagen über das Auflösungsvermögen zu gewinnen. Auch die schon früher erprobten Verfahren der Hochfrequenzmodulation des Elektronenstrahls zur Auflösungsverbesserung aufgrund des thermischen Skineffekts lassen sich bei der Temperaturstruktur ausgezeichnet

anwenden und überprüfen. In Kapitel 8 wird die in der Störungstheorie auftretende Divergenz bei Annäherung an den kritischen Punkt experimentell untersucht. Das Auftreten dieser Divergenz wird aus der oben erwähnten Analogie zur Physik der Phasenübergänge verständlich.
In Kapitel 9 werden die Ergebnisse noch einmal zusammengefaßt.

Anhang 1 schildert ein Experiment, in dem versucht wurde, zeitliche Oszillationen und chaotisches Verhalten, also das andere grundlegende Verhalten nichtlinearer Systeme neben der Strukturbildung, in einer Serienschaltung von Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken nachzuweisen.

Anhang 2 zeigt, daß die in Kapitel 7 gewonnenen Ergebnisse zum Auflösungsvermögen der TTREM auch auf zweidimensionale Probengeometrien übertragbar sind.
Im Anhang 3 findet man einige ergänzende Rechnungen zu Kapitel 6.

2. Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken

Die Untersuchung der Strukturbildung in Nichtgleichgewichtssystemen hat in den letzten Jahren einen Aufschwung erfahren [2.1, 2.2]. Bereits 1921 wurde der Ballast-Widerstand, ein in einer Wasserstoffatmosphäre aufgehängter strombelasteter Eisendraht, untersucht [2.3]. Dieses System zeigt in einem bestimmten Parameterbereich bistabiles Verhalten. Aufgrund Joulescher Heizung kann sich in einem solchen Draht eine Temperaturstruktur aufbauen und selbst stabilisieren. Dieses bistabile Verhalten des Ballastwiderstandes zeigt Analogien zu einem Phasenübergang erster Art (siehe Kapitel 3) [2.4]. Dieses Verhalten ist auf die besondere Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes zurückzuführen. Aufgrund der komplizierten Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes ist es im allgemeinen nicht möglich, das System analytisch zu behandeln.
Ein Spezialfall dieses Ballastwiderstandmodells ist eine strombelastete, supraleitende Brücke. In diesem Fall vereinfacht sich die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes auf eine Sprungfunktion. Dadurch wird dieses System analytisch behandelbar [1.5].
Da diese Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken auch experimentell leicht zugänglich sind, sind sie zum Studium der Strukturbildung in nichtlinearen Systemen besonders geeignet.

2.1 Theorie von Skocpol, Beasley und Tinkham

Die Temperaturstruktur kann bei einer langen, schmalen Brücke (vgl. auch Fig. 2.4) durch eine eindimensionale Wärmeleitgleichung beschrieben werden.
Skocpol, Beasley und Tinkham (SBT) [1.5] haben unter folgenden Annahmen die Temperaturstruktur berechnet:

1.) Die Brücke ist homogen.
2.) Die Wärmeabfuhr an jedem Ort der Brücke in das Substrat, das die Brücke trägt, ist eine lineare Funktion der Temperaturdifferenz zwischen diesem Ort und dem Substrat.
3.) Die Sprungtemperatur des Supraleiters ist unabhängig vom Strom.
4.) Die Kontaktflächen (Brückenenden) befinden sich auf Badtemperatur.

Die eindimensionale Wärmebilanzgleichung hat unter diesen Annahmen die Form

$$-kdw\,\frac{d^2T_0(x,t)}{dx^2} + Cdw\,\frac{d\,T_0(x,t)}{d\,t} + a\,w(T_0(x,t)-T_B) = \frac{r}{dw}\,I^2\,\Theta(T_0(x,t)-T_C) \qquad (2.1)$$

Hierbei bedeutet k die Wärmeleitfähigkeit des Materials der Brücke, w die Brückenbreite, d die Brückendicke, $T_0(x,t)$ die orts- und zeitabhängige Temperaturverteilung, C die Wärmekapazität, a der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Brücke und Substrat, T_B die Badtemperatur, r der spezifische Widerstand des die Brücke bildenden Metallfilms, I der Strom über die Brücke (Probenstrom), T_C die Sprungtemperatur des Supraleiters und Θ ist die Heavyside-Sprungfunktion.
Der erste Term der linken Seite von Gl. (2.1) beschreibt die Wärmeausbreitung in der Brücke aufgrund der thermischen Leitfähigkeit des Materials, der zweite die Wärmespeicherung aufgrund der Wärmekapazität der Brücke, der dritte die Wärmeabfuhr in das Substrat. Die rechte Seite von Gl. (2.1) beschreibt die Joulesche Heizung.
Die Randbedingung für Gleichung (2.1) ergibt sich aus der Forderung, daß sich die Kontaktflächen aufgrund guter thermischer Ankopplung auf Badtemperatur befinden, daher

$$T_0(0,t)=T_0(L,t)=T_B \quad , \qquad (2.2)$$

wobei L die Länge der Brücke bedeutet.

Durch folgende Substitutionen kann Gleichung (2.1) auf eine dimensionslose Form gebracht werden

$$T_0' = \frac{T_0 - T_B}{T_C - T_B} \quad , \eta = \sqrt{\frac{k\,d}{a}} \, , \tau = \frac{C\,d}{a} \, , x' = \frac{x}{\eta} \, , t' = \frac{t}{\tau} \tag{2.3a}$$

und

$$T_J = \frac{r\,I^2}{adw^2(T_C - T_B)} \, . \tag{2.3b}$$

Hierbei ist η die thermische Ausheillänge und τ die thermische Relaxationszeit. Mit diesen Substitutionen ergibt sich aus Gleichung (2.1)

$$-\frac{d^2 T_0'(x,t)}{d\,x'^2} + \frac{d\,T_0'(x,t)}{d\,t'} + T_0'(x,t) = T_J\,\Theta(T_0'(x,t) - 1) \tag{2.4}$$

und die Randbedingung

$$T_0'(0,t) = T_0'(L',t) = 0 \quad , \tag{2.5}$$

wobei $L' = L/\eta$ ist.
Im folgenden werden die Apostrophe weggelassen. Sofern nicht ausdrücklich erwähnt, sind alle Größen dimensionslos.

Aus Gleichung (2.4) und (2.5) ergibt sich, daß das Verhalten des Systems ausschließlich durch das Verhältnis von Brückenlänge und thermischer Ausheillänge sowie durch die Größe T_J, die durch den Probenstrom I eingestellt werden kann, bestimmt wird. Selbstverständlich sind jedoch für die experimentelle Realisierung alle anderen Größen von Bedeutung. Gleichung (2.4) ist aufgrund der Heavysidefunktion eine nichtlineare Diffentialgleichung, allerdings ist sie stückweise linear.

Gleichung (2.4) kann mit Hilfe eines Greenfunktionsformalismus für den stationären Fall, d. h. für $d\,T_0/d\,t = 0$, exakt gelöst werden.
Aufgrund der Symmetrie der Anordnung wird die Lösung von Gl. (2.4) symmetrisch bezüglich der Brückenmitte $l = L/2$ sein. Nach Bedeaux und Mazur (2.5) hat Gl. (2.4) eine Lösung, die nur eine Zone mit $T_0 > 1$ beinhaltet.
Die Greenfunktion wird definiert durch

$$-\frac{d^2G(x,x')}{d\,x^2} + G(x,x') = \delta(x - x') \qquad (2.6)$$

und die Randbedingung

$$G(0,x')=G(L,x')=0 \; . \qquad (2.7)$$

Gleichung (2.6) mit Randbedingung (2.7) wird erfüllt durch die Funktion

$$G(x,x') = \frac{1}{sh(L)} \begin{cases} sh(L-x')sh(x) & x<x' \\ sh(L-x)sh(x') & x>x' \end{cases} \; . \qquad (2.8)$$

Mit Hilfe von Gl. (2.8) ergibt sich nun für Gl. (2.4)

$$\begin{aligned} T_0(x) &= \int_0^L G(x,x')\;\; T_J\,\theta(T_0(x')-1)dx' \\ &= \int_{x_1}^{x_r} T_J\, G(x,x')dx' \;\; , \end{aligned} \qquad (2.9)$$

wobei x_1 und x_r die Koordinaten der Zonengrenze Normalleiter-Supraleiter sind, d. h. die Orte, an denen das Temperaturprofil den Wert T_C durchläuft, also wo

$$T_0(x_l) = T_0(x_r) = 1 \qquad (2.10)$$

ist.
Hierbei gilt aufgrund der Symmetrie $x_r = L - x_l$. Gl. (2.10) ergibt mit Gl. (2.9)

$$1 = \int_{x_l}^{x_r} T_J\, G(x_l,x')dx'$$

und

$$1 = \int_{x_l}^{x_r} T_J\, G(x_r,x')dx' \; . \qquad (2.11)$$

Gl. (2.4) besitzt stets die triviale Lösung $T_0 = 0$.
Aus Gl. (2.9) erhält man nun für die Temperaturverteilung im nicht-trivialen Fall

$$T_0(x)=\begin{cases} T_J \dfrac{sh(1-x_l)sh(x)}{ch(1)} & x<x_l \\ T_J \left(1 - \dfrac{ch(x_l)ch(x-1)}{ch(1)}\right) & x_l<x<x_r \\ T_J \dfrac{sh(1-x_l)sh(L-x)}{ch(1)} & x_r<x, \end{cases} \qquad (2.12)$$

wobei wiederum $1 = L/2$ ist.

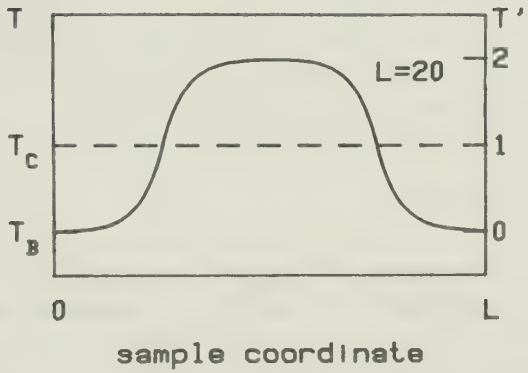

Fig. 2.1 Temperaturverteilung in einer Brücke mit L = 20

Für Gl. (2.10) ergibt sich nun mit Gl. (2.12) als notwendige Bedingung für die Existenz einer nichttrivialen Lösung

$$T_J = \frac{ch(l)}{sh(x_1)sh(l-x_1)} \cdot \qquad (2.13)$$

Gl. (2.13) ist nicht für alle T_J lösbar. Der minimale Wert, den die rechte Seite von Gl. (2.13) annehmen kann, ergibt sich für $x_1 = l/2$. Damit ergibt sich für T_J als minimaler Wert

$$T_J^{min} = 1+cth^2(l/2). \qquad (2.14)$$

Für $l \gg 1$ erhält man also $T_J^{min} = 2$. Mit Gl. (2.12) ergibt sich dann für $l \gg x_1 \gg 1$ für die Temperatur in der Brückenmitte $T_0(l)=2$. Ein typisches Temperaturprofil zeigt Fig. 2.1.

T_J wird im wesentlichen durch den Probenstrom bestimmt. Für lange Brücken $l \gg 1$ erhält man das Ergebnis von SBT [1.5] in dimensionsbehafteten Einheiten

$$I_{min} = \left(\frac{2dw^2 a(T_C - T_B)}{r} \right)^{1/2} . \qquad (2.15)$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes

$$V = \frac{I}{d\,w}\, r\, \eta\, (L - 2x_1) \qquad (2.16)$$

kann man die Strom-Spannungskennlinie der Temperaturstruktur für verschiedene Verhältnisse von Brückenlänge zu thermischer Ausheillänge gewinnen (Fig. 2.2).

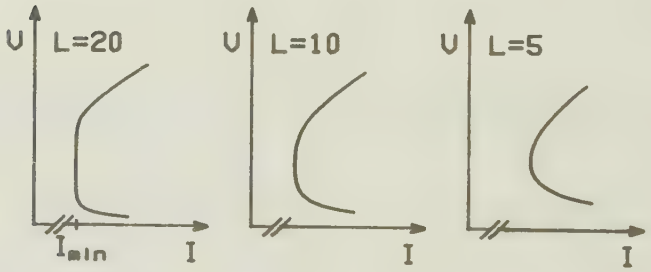

Fig. 2.2 Strom-Spannungskennlinien für Temperaturstrukturen mit L = 20,10,5

2.2 Diskussion der Strom-Spannungskennlinie

Die Strom-Spannungskennlinie der Temperaturstruktur kann durch eine einfache Analyse der Energiebilanz verstanden werden.

In Fig. 2.2 kann man bei der Strom-Spannungskennlinie der Temperaturstruktur besonders bei großen Verhältnissen von Brückenlänge zur thermischen Ausheillänge, also $L \gg 1$, drei Bereiche der Kennlinie unterscheiden. Bei großen Spannungen ist die ganze Brücke

auf einer Temperatur $T_0 > T_c$, somit ist die ganze Brücke normalleitend. Daher findet man in diesem Bereich aufgrund des Ohmschen Gesetzes eine lineare Strom-Spannungsbeziehung. Bei einer Verringerung der Spannung wird sich die normalleitende Zone in der Brücke verkleinern. Die Joulesche Heizleistung Q_J in der Brücke wird dann proportional zum Quadrat des Probenstroms I und zur Länge l_n der normalleitenden Zone sein,

$$Q_J \sim I^2 l_n \quad . \tag{2.17}$$

Die Wärmeabfuhr setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen, einerseits aus der Wärmeabfuhr Q_S ins Substrat, welche proportional zur Länge der normalleitenden Zone und proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Brücke und Substrat ist, und andererseits aus der Wärmeabfuhr Q_E durch die Zonengrenzen Supraleiter - Normalleiter in Richtung der Kontaktbänke. Wie man an Fig. 2.1 sieht, beträgt die Temperaturdifferenz nahezu über den ganzen normalleitenden Bereich $T_0 = 2$ zum Substrat. Daher gilt für Q_S,

$$Q_S \sim l_n \quad . \tag{2.18}$$

Der Beitrag Q_E ist aufgrund der konstanten Temperaturdifferenz zwischen normalleitender Zone und den Kontaktflächen im wesentlichen konstant, also

$$Q_E \sim \text{const.}. \tag{2.19}$$

Für den mittleren Teil der Strom-Spannungskennlinie gilt, daß die Wärmeabfuhr durch die Zonengrenzen gegenüber der Wärmeabfuhr in das Substrat vernachlässigt werden kann. Somit folgt für diesen Teil der Kennlinie, da die Joulsche Wärmeproduktion gerade die Wärmeabfuhr ins Substrat betragen muß, daß der Probenstrom I konstant ist, wie der senkrechte Verlauf der Kennlinie anzeigt. Aufgrund dieser Eigenschaft, die auch beim Ballastwiderstand auftritt, wurde dieser früher als Stromstabilisator verwendet.

Ist die normalleitende Zone kürzer als das Doppelte der thermischen Ausheillänge, kann die Wärmeabfuhr ins Substrat gegenüber der Wärmeabfuhr durch die Stirnflächen der Brücke vernachlässigt werden. Mit dem Ohmschen Gesetz für den normalleitenden Bereich $l_n I \sim V$ erhält man aus Gl. (2.17) und (2.19) und der Energiebilanz für diesen Teil der Kennlinie

$$V \sim 1/I \ , \qquad (2.20)$$

also einen negativen differentiellen Widerstand der Temperaturstruktur.
Brücken mit kleinem Verhältnis von Brückenlängen zu thermischer Ausheillänge ergeben qualitativ dieselben Kennlinien, jedoch sind die einzelnen Bereiche nicht mehr so deutlich zu trennen.

Von Bedeaux und Mazur ist die Stabilität der Lösungen von Gl. (2.4) untersucht worden [2.6]. In dieser Arbeit werden zwei Fälle unterschieden. Im ersten Fall wird angenommen, daß die Probe stromgesteuert betrieben wird. Im stromgesteuerten Zustand ist der homogene, supraleitende Zustand ($T_0=0$) für alle Ströme stabil. Der Teil der Kennlinie mit einem positiven differentiellen Widerstand, d. h. $dV/dI > 0$, ist stabil, der Zweig mit negativ differentiellen Widerstand ist instabil. Der zweiten von Bedeaux und Mazur untersuchte Fall ist die spannungsgesteuerte Temperaturstruktur. In diesem Fall sind alle Lösungen, homogene und inhomogene, stabil.

Zur experimentellen Untersuchung des Systems über einen weiten Bereich ist man also auf eine Spannungssteuerung angewiesen. Auch im steilen Bereich der V-I-Kennlinie mit positiven differentiellen Widerstand ist man auf eine Spannungssteuerung aus experimentellen Gründen angewiesen.
Aufgrund des endlichen Widerstandes der Zuleitungsdrähte (1 - 2 Ohm) und des kleinen Widerstandes der Brücken im normalleitenden Zustand (einige Milliohm) ist eine vollständige Spannungssteuerung experimentell nicht zu realisieren. Durch Hinzuschalten eines Parallelwiderstandes R1, der kleiner ist als der Widerstand R3 der Temperaturstruktur, kann jedoch weitgehend Spannungssteuerung realisiert werden (Fig. 2.3) [1.11]. Der Probenstrom I kann durch den Spannungsabfall an einem weiteren, mit der Probe in Serie

geschalteten Widerstand R2 bestimmt werden. Bei dieser Anordnung wird der Probenstrom von der Temperaturverteilung in der Brücke abhängig. Es folgt

$$I[T_0] = \frac{R1}{R1 + R2 + R3\,[T_0]}\,IG, \qquad (2.21)$$

wobei IG der extern aufgeprägte, konstante Gesamtstrom ist.

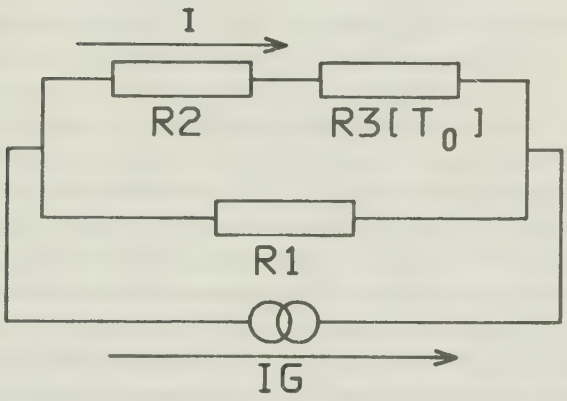

Fig. 2.3 Elektrische Verschaltung der Quasispannungssteuerung, $R3[T_0]$ ist der Widerstand der Temperaturstruktur

In Gl. (2.3b), (2.4) und dem anschließenden Lösungsformalismus ist dann die Konstante T_J durch das Funktional $T_J\,[T_0]$ zu ersetzen.

Mit dieser Anordnung, die auch Quasispannungssteuerung genannt wird, wird die Kennlinie für alle Punkte stabil, für die $dI/dV + 1/(R1 + R2) < 0$ gilt, wie man das von anderen Systemen mit negativ differentiellen Widerstand, wie z. B. Tunneldioden, kennt.

In der SBT-Theorie ist der homogene, supraleitende Zustand für alle Ströme stabil. Dies entspricht jedoch nicht den experimen-

tellen Tatsachen. Bei hohen Strömen wird es zu einem strominduzierten Zusammenbruch der Supraleitung kommen, wie er für verschiedene Geometrién in [2.7] und [2.8] beschrieben wird. Oberhalb dieses kritischen Stromes I_C ist die spannungslose Lösung nicht mehr stabil. Die Probe wird bei Überschreitung dieses Wertes entlang der Generatorlinie -(R1 + R2) in den Spannungszustand springen.

2.3 Proben und Probenpräperation

Eine Probe besteht aus einem dünnen, sauerstoffdotierten Zinnfilm mit zwei großen Kontaktflächen an den Enden, der auf einem Saphireinkristall aufgedampft wurde (Fig. 2.4). In Anlehnung an frühere Arbeiten wurde sauerstoffdotiertes Zinn als supraleitendes Material verwendet [1.11], da beim Aufdampfprozeß durch den Sauerstoffpartialdruck die elektrische Leitfähigkeit und damit auch die thermische Leitfähigkeit des Films in weiten Bereichen einstellbar ist. Die typische Länge der Brücken betrug etwa 1 mm bei Breiten zwischen 20 - 100 µm und einer Dicke von 1,5 µm. Da in dieser Arbeit nur die elektrische und die thermische Leitfähigkeit des Films sowie dessen Sprungtemperatur in den supraleitenden Zustand von Bedeutung sind, konnte auf die Untersuchung anderer Materialien verzichtet werden. Um eine gute räumliche Homogenität der Brücken zu erzielen, waren einerseits Breitenmodulationen der Brücke zu vermeiden (siehe [1.11] und Anhang 1). Dies war mit Hilfe des Lift-off-Verfahrens möglich. Andererseits mußte ein über die gesamte Ausdehnung der Brücke homogener Wärmeübergangskoeffizient zwischen Film und Substrat gewährleistet sein. Dies konnte durch Reinigung der Saphirsubstrate mit einem Sputterätzverfahren erreicht werden.

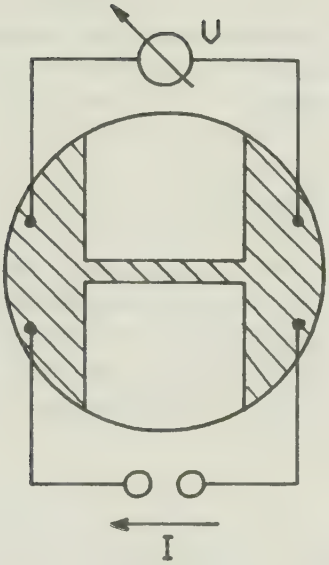

Fig. 2.4 Probengeometrie (schematisch), die schaffrierte Fläche beschreibt den Zinnfilm

Die Probenherstellung erfolgte mit dem Back-Exposure-Lift-off-Verfahren, wie es in [2.9] und [2.10] beschrieben wird. Die einzelnen Schritte des Herstellungsverfahrens waren folgende:

- Reinigung der Saphirsubstrate (von Swiss Jewel, 1 mm dick, 20 mm Durchmesser, zufällige Kristallorientierung) durch Sputterätzen
- Beschichten der Substrate mit Photolack (Shipley AZ 1350 J) durch Aufschleudern bei 1000 U/min. (Lackdicke ca. 2.5 µm)
- Kontaktkopie
- Entwicklung
- Belichtung unter dem Mikroskop durch den Saphirkristall (Back-Exposure)
- Entwicklung
- Aufdampfung des Sn-Films (Ausgangsmaterial von Preussag, 99,999 %) in einer Hochstromanlage mit einem Sauerstoffpartialdruck von $5 \cdot 10^{-6}$ bis $5 \cdot 10^{-5}$ Torr

- Lift-off-Prozeß in Aceton mit Ultraschallbad.

Anschließend wurden die Proben mit Indium kontaktiert. Die Widerstände R1 und R2 wurden durch in einen Kupferring eingeklebte Manganindrähte realisiert.

2.4 Experimentelle Ergebnisse

In Fig. 2.5 ist die Strom-Spannungskennlinie für die Probe S1.2 dargestellt. Dieses Experiment wurde im Tieftemperaturteil des Rasterelektronenmikroskops (s. Kap. 5) durchgeführt. Dadurch wurde die Probe nur von der Rückseite des Saphirsubstrates mit flüssigen Helium gekühlt. Der Metallfilm befand sich dabei auf der Vakuumseite des Kryostaten.

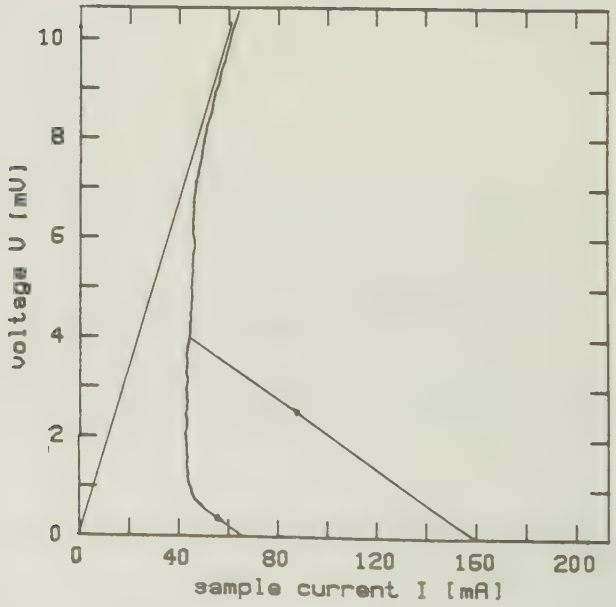

Fig. 2.5 Experimentelle Probenstrom(I)-Spannungs(V)-Kennlinie der Probe S1.2 bei einer Badtemperatur von 2.5 K

Die gemessene Kurve stimmt mit den theoretischen Erwartungen sehr gut überein. Deutlich ist der Ohmsche Bereich bei großen Spannungen, der Konstantstrombereich und der Bereich mit negativ differentiellem Widerstand zu erkennen. Deutlich sieht man auch die Sprünge des Systems bei Überschreitung der Stabilitätsgrenzen entlang der Generatorlinie -(R1 + R2). Die Homogenität der Probe ist offensichtlich sehr gut, da im senkrechten Teil der Kennlinie keine Hysterese zu beobachten ist ([1.11] und Anhang 1). Aus dieser Kennlinie kann der Minimalstrom ermittelt werden. Mit Hilfe von Gl. (2.15) kann der Wärmeübergangskoeffizient a zwischen Zinn und Saphir bestimmt werden. Für die Probe S1.2 erhält man folgende charakteristische Daten:

Länge:	960 µm
Breite:	21 µm
Dicke:	1,4 µm
Spez. Widerstand (4.2 K):	0,44 µΩcm
Restwiderstandsverhältnis (300 K/4.4 K):	25
R1:	16,4 mΩ
R2:	15,0 mΩ
Wärmeübergangskoeffizient (Sn-Saphir bei 2.5 K):	0,7 W/K cm^2
Kritische Temperatur:	3,79 K

2.5 Diskussion

Das SBT-Modell gibt eine richtige qualitative Beschreibung der Temperaturstruktur. Kompliziertere Modelle, die die Abhängigkeit der supraleitenden Sprungtemperatur vom Strom [2.11], die Quasiteilchendiffusion vom normaleitenden in den supraleitenden Bereich [2.12], den resistiven Übergangsbereich [2.13] oder die Temperaturabhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten [2.14] berücksichtigen, führen nur zu geringen Modifikationen der SBT-Theorie. Da diese erweiterten Theorien auf nichtanalytische Lösungen der Differentialgleichung Gl. (2.1) führen, wird auf eine nähere Diskussion dieser Modelle an dieser Stelle verzichtet. Man findet sie in einem Reviewartikel von Dharmadurai [2.15]. Sind in der

Brücke Inhomogenitäten vorhanden, führt dies zu einer Verschiebung des unteren Stabilitätspunktes in der Strom-Spannungskennlinie, außerdem treten weitere Hystereseffekte auf [2.16].

3. Phasenübergänge und Temperaturstrukturen

Zwischen dem Verhalten nichtlinearer, dissipativer Systeme und Phasenübergängen gibt es interessante Analogien [1.1, 1.6, 1.7]. Besonders bei hydrodynamischen Problemen sind diese Analogien ausführlich untersucht worden. Bei der Taylor-Cuette-Anordnung, einer zwischen zwei rotierenden Hohlzylindern strömenden Flüssigkeit, wurde eine weitgehende Analogie zu Phasenübergängen zweiter Art gefunden [3.1].
Die Verlangsamung der Relaxationszeiten (critical slowing down) und die Divergenz der Kohärenzlänge konnten nachgewiesen werden [3.1 - 3.4].
Für das Ballastwiderstandsmodell zeigten Ross und Litster [2.4] die Analogie dieses Systems zu einem van-der-Waals-Gas. Demnach sollte beim Ballastwiderstand ein einem Phasenübergang erster Art vergleichbarer Übergang auftreten. Selbstverständlich sollte im speziellen Fall der Temperaturstruktur auch dieser Effekt beobachtbar sein.

3.1 Landau-Theorie der Phasenübergänge

Die Landau-Theorie ermöglicht eine einfache, qualitativ richtige Beschreibung von Phasenübergängen erster [3.5] und zweiter Art. In der Landau-Theorie wird die freie Energie F eines Systems nach dem Ordnungsparameter P in eine Potenzreihe entwickelt. Bei räumlich ausgedehnten Systemen wird die Ortsabhängigkeit von P in der freien Energie durch das Quadrat des Gradienten von P berücksichtigt. Um einen Phasenübergang zweiter Art beschreiben zu können, ist eine Potenzreihenentwicklung bis zur vierten Ordnung von P notwendig, wobei normalerweise aus Symmetriegründen nur gerade Potenzen von P berücksichtigt werden. Bei Phasenübergängen erster Art ist bei ausschließlicher Berücksichtigung von geraden Potenzen von P eine Entwicklung bis zur sechsten Ordnung notwendig. Liegen jedoch diese Symmetriebedingungen nicht vor, so genügt eine Entwicklung der freien Energie bis zur Ordnung P^4, um das

Verhalten eines Phasenüberganges erster Art zu erhalten [3.5]. Im folgenden werden wir diesen Ansatz verwenden, wobei durch Wahl der Nullpunkte von F und P der konstante und der lineare Term in P vernachlässigt werden können. Im folgenden werden wir auch die Ortsabhängigkeit von P nicht benötigen. Also ergibt sich für die freie Energie F:

$$F(K,P) = (1/2)h(K)\, P^2 + (1/3)f\, P^3 + (1/4)g\, P^4 \,, \qquad (3.1)$$

wobei K ein Kontrollparameter ist. Bei Phasenübergängen ist dies in der Regel die Temperatur. f und g sind Konstanten, während man für h eine lineare Abhängigkeit der Form

$$h(K) = K_{min}^2 - K \qquad (3.2)$$

von K annimmt, wobei K_{min} eine positive Konstante ist. Für f und g nehmen wir $f = -2\, K_{min}$ und $g = 1$ an.
Für einen gegebenen Wert des Kontrollparameters (hier der Temperatur) ist der thermodynamische Gleichgewichtszustand gegeben durch das Minimum der freien Energie, also

$$\frac{dF}{dP} = 0, \qquad (3.3)$$

wobei die Minima der freien Energie stabile und die Maxima instabile Zustände bedeuten. Fig. 3.1 zeigt 5 Graphen von F(K,P) für $K<0$, $K=0$, $0<K<K_{min}$, $K = K_{min}$ und $K>K_{min}$. Für $K<0$ existiert nur ein Minimum der freien Energie bei $P=0$. Im Bereich $0<K<K_{min}$ existieren zwei Minima, eines bei $P=0$ und eines bei $P=K_{min} + (K)^{1/2}$, außerdem ein Maximum bei $P=K_{min} - (K)^{1/2}$. Für den Bereich $K>K_{min}$ befindet sich bei $P=0$ eine instabile Lösung (Maximum), die Lösung bei $P=K_{min} + (K)^{1/2}$ ist weiterhin eine stabile Lösung (Minimum).

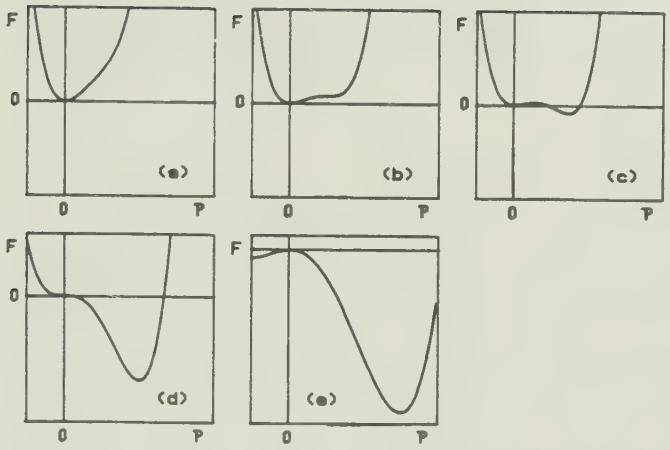

Fig. 3.1 Freie Energie F (Gl. (3.1)) als Funktion von P für a) $K<0$, b) $K=0$, c) $0<K<K_{min}$, d) $K=K_{min}$, e) $K>K_{min}$

In Fig. 3.2 ist die Relation P(K), die Lösung von Gl. (3.3) ist, dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind die stabilen, die gestrichelten die instabilen Lösungen.

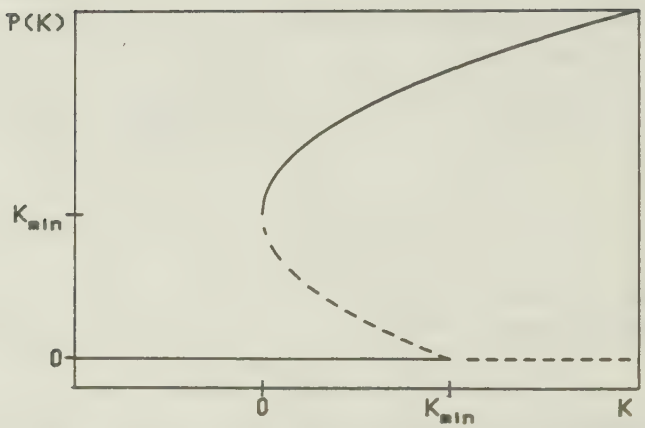

Fig. 3.2 Gleichgewichtswerte des Ordnungsparameters als Funktion des Kontrollparameters. Die durchgezogene Kurve bezeichnet die stabilen Lösungen, die gestrichelte die Instabilen

3.2 Analogie zwischen Phasenübergängen und den Eigenschaften von Temperaturstrukturen

Qualitativ stimmen die Strom-Spannungskennlinie der Temperaturstruktur (Fig. 2.2) und die Kennlinie des Ordnungsparameters als Funktion des Kontrollparameters (Fig. 3.2) überein, wenn man den Probenstrom in der dimensionslosen Form $i=(I-I_{min})/I_{min}$ mit dem Kontrollparameter K und die Spannung V über der Brücke mit dem Ordnungsparameter P identifiziert. Befindet sich die Brücke in Stromsteuerung, so ergeben sich dieselben Stabilitätsbereiche wie in Fig. 3.2. Von besonderen Interesse ist das Verhalten des Systems bei 'Unterkühlung der Hochtemperaturphase', also in der Nähe des Punktes $K=0$, $P=K_{min}$. In der Nähe dieses Punktes treten typische Divergenzen in den Einflußfunktionen, der Suszeptibilität, der Kohärenzlänge und der Relaxationszeit auf. In hydrodynamischen Systemen, wo ebenfalls eine solche Analogie, allerdings

zu einem Phasenübergang zweiter Art, hergestellt werden kann, findet man ein zu diesen Effekten analoges Verhalten [3.1]. Ein Teil dieser Phänomene ist auch auf die Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken übertragbar.

Für das Ballastwiderstandsmodell sind die Korrelationsfunktionen der Temperaturfluktuationen theoretisch untersucht worden [3.6 - 3.8]. Allerdings beschränken sich diese Untersuchungen auf den homogenen Zustand, da die Temperaturverteilungen des inhomogenen Zustandes i. a. nicht analytisch angegeben werden können. In der Nähe des kritischen Punktes divergieren bei diesen Modellen die Kohärenzlängen, die Amplituden und die Relaxationszeiten für diese Fluktuationen [3.6]. Aufgrund der engen Verknüpfung von Fluktuationen und Einflußfunktionen (Dissipations-Fluktuations-Theorem) [3.5] sollte das System in der Nähe des kritischen Punktes eine starke Antwort auf äußere Störungen zeigen. Eine besonders elegante Art, solche Störungen zu realisieren, bietet das Rasterelektronenmikroskop (Kapitel 5).
Bedeaux und Mazur finden in ihrer Stabilitätsanalyse [2.6] des räumlich inhomogenen Zustandes ein starkes Anwachsen der Relaxationszeiten für die Temperaturstrukturen in supraleitenden Brücken bei Annäherung an die Stabilitätsgrenze, die im folgenden kritischer Punkt genannt wird.
Die Zunahme der Relaxationszeiten des Systems bei Annäherung an den kritischen Punkt kann auch einfach experimentell nachgewiesen werden (Kapitel 4).

3.3 Kritisches Verhalten

Die Landau-Theorie beschreibt das Verhalten von Systemen im thermodynamischen Gleichgewicht. Befindet sich das System nicht in diesem Gleichgewichtszustand, wird es in diesen relaxieren. Um diese Relaxation in den Gleichgewichtszustand zu beschreiben für Zustände, die nicht zu weit vom Gleichgewicht entfernt sind, ist es üblich, die Ableitung der freien Energie nach dem Ordnungsparameter als generalisierte Kraft zu interpretieren [3.9]. Z. B.

wird die Ginzburg-Landau-Theorie auf diese Art zur zeitabhängigen Ginzburg-Landau-Theorie erweitert [2.7]. Es ergibt sich dann die Transportgleichung

$$\frac{dP}{dt} = -n \frac{dF}{dP} \quad , \tag{3.4}$$

wobei n der Transportkoeffizient ist, der im Folgenden ohne Beschränkung der Allgemeinheit gleich 1 gesetzt wird. Ferner spalten wir den zeitabhängigen Ordnungsparameter P(t) in einen zeitunabhängigen Anteil P_0 und in einen zeitabhängigen Anteil e(t) auf, also

$$P(t)=P_0 + e(t) \quad , \tag{3.5}$$

wobei P_0 eine Lösung von Gl. (3.3) ist.
Betrachten wir den Fall, daß sich das System zunächst am kritischen Punkt befindet, also $P = K_{min}$ und $K = 0$ ist. Wird dann der Wert von K auf einen Wert $K<0$ reduziert, muß das System in den Zustand mit P=0 relaxieren. Es befindet sich aber am Anfang noch in der Nähe des thermischen Gleichgewichtszustandes $P= K_{min}$ und $K = 0$, so daß Gl. (3.4) den Beginn der Relaxation richtig beschreiben sollte. Es ergibt sich aus Gl. (3.1) mit Gl. (3.4) und Gl. (3.5) mit

$$\left.\frac{d\,F(P,K)}{d\,P}\right|_{P=K_{min}} = -K_{min}\,K$$

$$\frac{d\,e(t)}{d\,t} = K_{min} \cdot K. \tag{3.6}$$

Aus Gl. (3.6) ergibt sich für die Relaxationszeit s dieses Prozesses

$$s \sim \frac{1}{K} \quad , \tag{3.7}$$

also für $K \to 0$ eine Divergenz der Relaxationszeit, somit das bekannte Phänomen des 'critical slowing down'. Da am kritischen Punkt die

zweite Ableitung der freien Energie nach dem Ordnungsparameter verschwindet (Fig 3.1 (b)), divergiert die Ableitung des Ordnungsparameters nach dem Kontrollparameter. Man findet mit Gl. (3.3)

$$\frac{dP}{dK} = -(d^2F/dKdP)/(d^2F/dP^2) \xrightarrow[K \to 0]{} \infty . \qquad (3.8)$$

Störungen, die physikalisch ähnliche Auswirkungen wie eine Änderung des Kontrollparameters haben, werden also sehr große Antworten des Systems verursachen (Kapitel 8).
Außerdem ist eine Divergenz der Fluktuationen am kritischen Punkt zu erwarten (Fluktuations-Dissipations-Theorem).

3.4 Gültigkeit des Modells

Es kann nicht unerwähnt bleiben, daß die Analogie zwischen Phasenübergängen erster Art, wie sie durch die Landau-Theorie beschrieben werden, und dem Nichtgleichgewichtssystem der Temperaturstruktur nicht ganz vollständig ist. Der wichtigste Unterschied ist das Fehlen eines Wertes des Kontrollparameters, bei der der Phasenübergang tatsächlich stattfindet. Dieser Wert, der zwischen K=0 und $K=K_{min}$ im Metastabilitätsgebiet liegt, und durch F(P(K))=0 gegeben wird (vgl. Fig. 3.1), trennt die Gebiete globaler Stabilität voneinander. Unterhalb dieses Wertes ist die Lösung bei P(K)= 0 die global stabile Lösung, da bei P(K)=0 das absolute Minimum der freien Energie liegt. Oberhalb dieses Wertes liegt das absolute Minimum bei dem von Null verschiedenen Minimum. Daher ist dies die global stabile Lösung. Bei Phasenübergängen, z. B. der Kondensation eines Gases, spaltet das System bei diesem Wert des Kontrollparameters in zwei Subsysteme auf, wobei jedes Teilsystem eine der beiden möglichen Lösungen des Metastabilitätsgebietes realisiert. In diesem Metastabilitätsbereich findet man also die Koexistenz beider Lösungen bei räumlich ausgedehnten Systemen.
Bei der Temperaturstruktur, in der sich nur eine normalleitende Zone ausbilden kann, ist eine solche Koexistenz der zwei Phasen

im Metastabilitätsgebiet prinzipiell nicht möglich. Es kann nur ein Spannungswert, und somit nur ein Wert des Ordnungsparameters, für das gesamte System realisiert werden.
Daher ist z. B. eine Analogie zur Clausius-Clapeyron-Gleichung, bei deren Herleitung die gleichzeitige Koexistenz beider Phasen angenommen wird, nicht möglich.
Da die Temperaturstrukturen einen Sprung des Ordnungsparameters (Spannung) bei Überschreitung des kritischen Punktes aufweisen, und ein Metastabilitätsgebiet existiert, sind sie in dieser Arbeit in Analogie zu den Phasenübergängen erster Art behandelt worden.
In wieweit das Fehlen eines Koexistenzgebietes eine Interpretation als Phasenübergang zweiter Art ermöglicht, bleibt in dieser Arbeit unbeantwortet [3.10].
Bei sauerstoffdotierten Aluminiumfilmen mit sehr kurzer thermischer Ausheillänge treten in der Brücke mehrere normalleitende Bereiche auf [1.11]. In wieweit solche Zustände als eine Koexistenz beider Phasen verstanden werden können, wird an dieser Stelle nicht weiter untersucht.
Dennoch kann die Analogie von Phasenübergängen und Nichtgleichgewichtsphänomenen eine wichtige Hilfe zum Verständnis solcher komplexer nichtlinearer Systeme sein.

4. Dynamisches Verhalten von Temperaturstrukturen

Supraleiter, die strominduziert zwischen supraleitender und normalleitender Phase schalten können, sind als kryoelektronische Bauelemente diskutiert worden [4.1 - 4.4]. Als Starkstromschalter sind Brücken mit einer etwas anderen Geometrie als der in dieser Arbeit behandelten untersucht worden [4.5]. Diese Arbeiten behandeln alle den Grenzfall der hohen Stromüberlastung (fern vom stabilen Zustand), um schnelle Schaltvorgänge zu erhalten. Allerdings ist die Theorie von Broom und Rhoderick [4.2] nicht auf diesen Grenzfall beschränkt, sondern auch auf Zustände sehr nahe dem stationären Zustand anwendbar. Diese Theorie beschreibt allerdings nur die Wanderungsgeschwindigkeit der Zonengrenze Supraleiter-Normalleiter für unendlich lange Brücken. Experimentell kann diese Bedingung durch ein großes Verhältnis von Brückenlänge zu thermischer Ausheillänge ausreichend gut erfüllt werden.

Wie man nach den Betrachtungen aus Kap. 3.3 (Gl. 3.7) erwartet, findet man bei Annäherung an den Minimalstrom eine Zunahme der Relaxationszeiten des Systems, also eine Abnahme der Zonenwanderungsgeschwindigkeit.

4.1 Theorie der Zonenwanderung

Mit Hilfe eines einfachen Energiebilanzmodelles ist es möglich, die Zonenwanderung in einer stromtragenden supraleitenden Brücke zu beschreiben. Bei diesem Modell nehmen wir an, daß die Länge der Brücke viel größer ist als die thermische Ausheillänge. Es genügt dann, die eine Hälfte der Temperaturstruktur zu betrachten, da beide Zonengrenzen nur eine sehr schwache Wechselwirkung aufeinander ausüben. Nach Fig. 2.1 und Gl. (2.3a) beträgt die Temperatur T_n der stabilen normalleitenden Zone $T_n = 2\,T_C - T_B$ in nichtreduzierten Einheiten, während die supraleitende Zone sich auf Badtemperatur T_B befindet, wobei jeweils die Übergangszone ausgenommen ist. Damit dieses Temperaturprofil zeitlich stabil ist, ist eine Joulesche Heizleistung Q_J pro Längeneinheit von

$$Q_J = \frac{r}{dw} I^2_{min} \qquad (4.1)$$

erforderlich.
Steht diese Heizleistung nicht zur Verfügung, so beginnt die Grenze zwischen normalleitender und supraleitender Zone zu wandern. Dieser Wanderungsprozeß wird im wesentlichen durch die Wärmekapazität des Films bestimmt. Es ergibt sich dann für die zeitliche Änderung Q_C des Wärmeinhaltes des Films (siehe auch Gl. (2.1)) mit Gl. (2.3a) und Gl. (2.15)

$$Q_C = Cdw \frac{dT}{dt} = Cdw \frac{dT}{dx} \frac{dx}{dt} \qquad (4.2)$$

$$\approx Cdw \frac{T_C - T_B}{\eta} v = \frac{1}{2} \frac{r}{dw} \frac{\tau}{\eta} I^2_{min} v,$$

wobei v die Wanderungsgeschwindigkeit der Zonengrenze Normalleiter-Supraleiter bedeutet. Dabei wurde die Ableitung der Temperatur nach dem Ort in Gl. (4.2) näherungsweise durch den Quotienten der charakteristischen Temperaturdifferenz und der thermischen Ausheillänge ersetzt.
Wird die Brücke von einem Strom I durchflossen, so ergibt sich für die Energiebilanz

$$\frac{r}{dw} I^2 = Q_J + Q_C , \qquad (4.3)$$

Aus Gl. (4.3) ergibt sich mit Gl. (4.1) und (4.2) für die Wanderungsgeschwindigkeit der Zonengrenze

$$v = \frac{2\eta}{\tau} [(I/I_{min})^2 - 1] . \qquad (4.4)$$

Die Relaxationszeit s wird definiert als diejenige Zeit, in der eine die gesamte Brücke ausfüllende normalleitende Zone auf die Hälfte geschrumpft ist. Unter Berücksichtigung beider Zonengrenzen erhält man dafür mit Gl. (4.4) und $i = (I - I_{min})/I_{min}$

$$s = -\frac{L}{4v} = -\frac{\tau L}{8\eta}\,\frac{1}{(1+i)^2-1} \xrightarrow{i \to 0} -\frac{\tau L}{16\eta}\,\frac{1}{i} \quad . \tag{4.5}$$

Broom und Rhoderick haben die zeitabhängige Wärmebilanzgleichung gelöst [4.2 u. 4.3].
Für die Zonenwanderungsgeschwindigkeit ergibt sich dann folgender Ausdruck [4.5]

$$v = \frac{2\eta}{\tau}\,\frac{[(I/I_{min})^2 - 1]}{[2(I/I_{min})^2-1]^{1/2}} \quad . \tag{4.6}$$

Daraus ergibt sich für die Relaxationszeit der Temperaturstruktur für Ströme von der Größe des Minimalstromes ebenfalls asymptotisch Gl. (4.5).

4.2 Analogie zur Physik der Phasenübergänge

Sowohl die vereinfachte Theorie als auch die Theorie von Broom und Rhoderick erhalten aufgrund der Annahme einer unendlich langen Brücke zeitlich konstante Zonenwanderungsgeschwindigkeiten. Diese Annahme ist bis kurz vor dem unmittelbaren Verschwinden der normalleitenden Zone bei Brücken mit einem großen Verhältnis von Brückenlänge zu thermischer Ausheillänge erfüllt. Erst wenn die Länge der normalleitenden Zone kleiner als die thermische Ausheillänge wird, sind Abweichungen aufgrund der Wechselwirkung beider Zonengrenzen miteinander zu erwarten. Dieser zeitlich lineare Zerfall der Temperaturstruktur bewirkt, daß die Relaxationszeit, die die Verkleinerung der normalleitenden Zone auf die Hälfte beschreibt, identisch ist mit der Relaxationszeit für kleine Störungen vom stationären Zustand (vgl. auch Fig. 4.2). Das Verhalten der Relaxationszeit für kleine Störungen vom stationären Zustand haben wir im Kapitel 3 mit Hilfe der Phasenübergangsanalogie bereits untersucht. Ein Vergleich von Gl. (3.7) und Gl. (4.5) zeigt, daß beide Ansätze das Anwachsen der Relaxationszeit mit 1/i für $i \to 0$ in gleicher Weise beschreiben.

4.3 Experimenteller Aufbau

In Fig. 4.1 ist der experimentelle Aufbau zur Untersuchung der dynamischen Eigenschaften der Temperaturstrukturen schematisch dargestellt. Pulsgenerator 1 (hp 214A) erzeugte einen kurzen (~10 µs), großen (~1A) Stromimpuls, der in der Brücke eine normalleitende Zone induzierte. Pulsgenerator 2 (philips PM 5715) erzeugte für eine längere Zeitdauer (~5 ms) einen Gesamtstrom, der geringfügig über dem Minimalstrom lag. Aufgrund der Kennlinie der Temperaturstruktur bedeutete dies, daß die ganze Brücke normalleitend war. Da der Puls von Pulsgenerator 2 erheblich länger als die thermische Relaxationszeit war, stellte sich ein stationärer Anfangszustand ein. Die batteriebetriebene Gleichstromquelle erzeugte durch die Brücke einen rauscharmen, gut stabilisierten Strom, der wenig unter dem Minimalstrom lag.

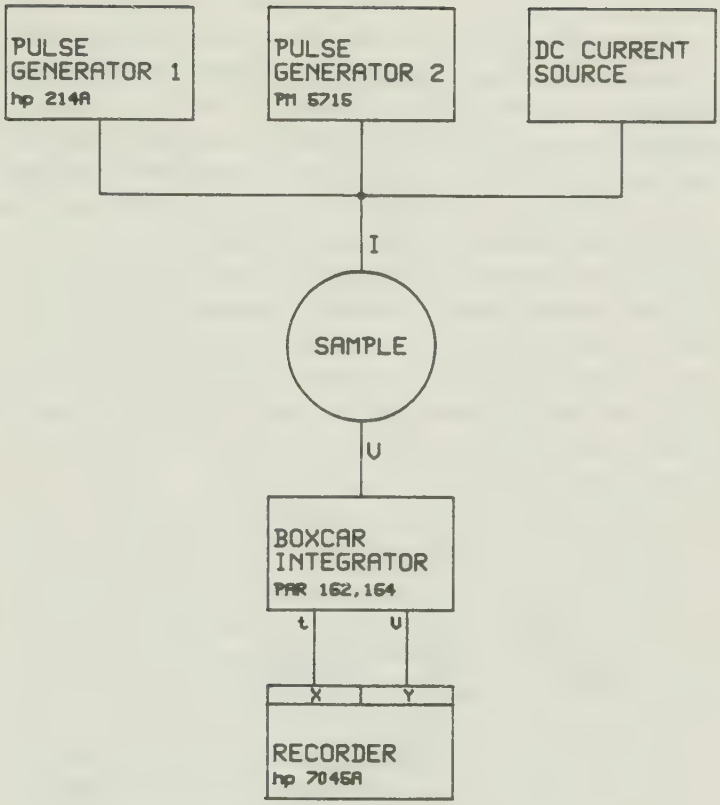

Fig. 4.1 Meßaufbau für die Relaxationszeitmessung der Temperaturstrukturen (schematisch)

Eine schematische Darstellung des zeitlichen Stromverlaufes in der Brücke gibt Fig. 4.2a. Dieser Stromverlauf wurde ca. alle 10 ms wiederholt. Mit Hilfe des Boxcarintegrators (PAR 162 mit Gated Integrator 164) konnte der Spannungsverlauf an der Brücke

zeitaufgelöst verfolgt werden. Eine schematische Darstellung des Spannungsverlaufes gibt Fig. 4.2b. Aufgrund der konstanten Zonenwanderungsgeschwindigkeit beobachtete man einen linearen Abfall der Spannung auf den spannungslosen Zustand, aus dem leicht die Relaxationszeit gewonnen werden konnte.

Die Brücke bestand wieder aus sauerstoffdotierten Zinn, das auf einem Saphireinkristall aufgedampft wurde. Die Brücke hatte eine Länge von 960 µm, eine Breite von 61 µm und eine Dicke von 1,5 µm. Der spezifische Widerstand betrug bei einer Temperatur von 4.2 K 1.83 µΩcm. Das Restwiderstandsverhältnis betrug 12, die supraleitende Sprungtemperatur 3.80 K, der Wärmeübergangskoeffizient konnte aus dem Minimalstrom mit Gl. (2.15) zu 1.2 W/K cm^2 bei einer Badtemperatur von 3.29 K berechnet werden. Die Kühlung der Brücke, die sich im Vakuum befand, erfolgte nur über den Saphirkristall, der seinerseits von der Rückseite mit flüssigem Helium gekühlt wurde.

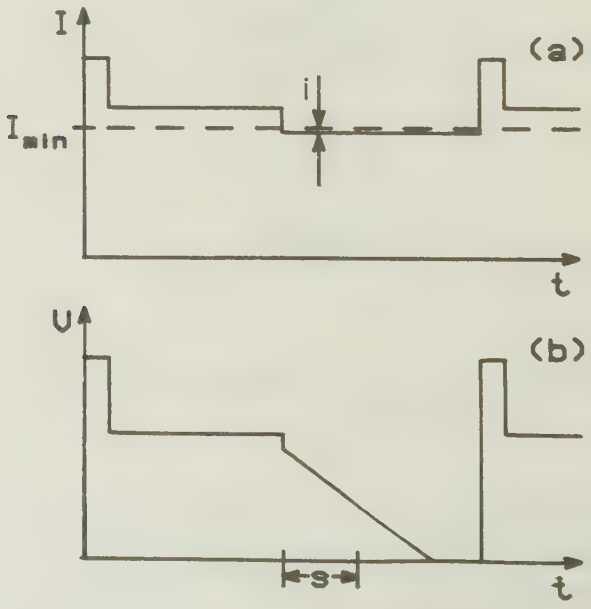

Fig. 4.2 Strom- (a) und Spannungsverlauf (b) als Funktionen der Zeit zur Messung der Relaxationszeiten (schematisch)

4.4 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Es ergab sich, daß die Relaxationszeit über weite Bereiche unabhängig von der Pulshöhe und -länge des Pulsgenerators 2 war. Die Relaxationszeit war ausschließlich eine Funktion des Stromes der Gleichstromquelle. In Fig. 4.3 sind die Relaxationszeiten als Funktion des Parameters $i=(I - I_{min})/I_{min}$ doppelogarithmisch aufgetragen. Die durchgezogene Linie gehört zu der Funktion $s=1.2\ \mu s\ 1/i$. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist also sehr gut. Nach Gl. (4.5) ist der Vorfaktor 1.2 µs gegeben durch die Größe $\tau L/(16\eta)$. Mit Hilfe des elektrischen Widerstandes und des Wiedemann-Franz-Gesetzes [4.7]

$$\frac{kr}{T} = 3\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 , \qquad (4.7)$$

ist es möglich, die Wärmeleitfähigkeit des Films zu berechnen. Dabei ist k_B die Boltzmannkonstante und e die Elementarladung. Mit Gl. (2.3a) ergibt sich dann die thermische Ausheillänge des Filmes. Aus dem Debyegesetz mit der Debyetemperatur T_D = 200 K für Zinn [4.6] kann die thermische Relaxationszeit der Brücke nach Gl. (2.3a) angegeben werden; hieraus ergibt sich dann in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment ein Vorfaktor von 1.18 µs. Die thermische Ausheillänge der Brücke betrug 25 µm, so daß die Annahme der unendlich langen Brücken im Vergleich zur thermischen Ausheillänge gut erfüllt war.

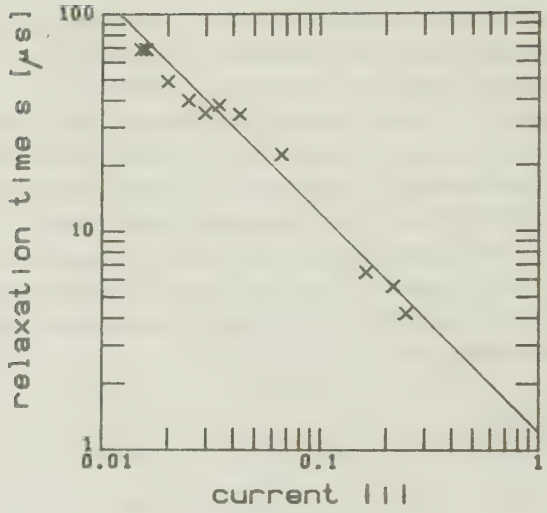

Fig. 4.3 Relaxationszeit s als Funktion des Stromes i
Die Kreuze sind die experimentellen Ergebnisse, die durchgezogene Gerade das theoretische Ergebnis nach Gl. (4.5)

Eine weitere Annäherung an den Minimalstrom als in Fig. 4.3 angegeben war experimentell nicht möglich, da Fluktuationen und Störungen eine Messung der Relaxationszeiten unmöglich machten.

5. Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie

Das Rasterelektronenmikroskop ist heute ein Standardgerät zur Materialuntersuchung und -analyse [5.1] . Bei diesem Verfahren wird ein Elektronenstrahl zeilenförmig über die zu untersuchende Probe geführt; dieser tritt dabei in Wechselwirkung mit der Probe. Zur Bildentstehung können alle aufgrund dieser Wechselwirkung veränderlichen Größen verwendet werden. Häufig verwendete Nachweissignale sind die rückgestreuten Elektronen, die von der Probe emittierten Sekundärelektronen oder die Röntgenstrahlung der Probe. Zur Untersuchung von bei Zimmertemperatur flüchtigen Substanzen ist eine Kühlung des Objektes notwendig.
Ein bedeutendes neues Arbeitsgebiet eröffnet sich, wenn das Objekt bis auf Heliumtemperatur abgekühlt werden kann. Physikalische Effekte, die nur bei diesen tiefen Temperaturen auftreten, können dann auf ihre räumliche Struktur hin untersucht werden. So war es in der Vergangenheit möglich, mit Hilfe der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie wichtige Erkenntnisse zur Phononenfokussierung in Einkristallen [5.2 - 5.4], zur Stromverteilung in Josephsontunnelkontakten [5.5 - 5.7] und zu Temperaturstrukturen in Supraleitern [1.8 - 1.11] zu gewinnen.
Eine ausführliche Darstellung der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie findet man in einem Reviewartikel von Hübener [1.12].

5.1 Aufbau der Tieftemperaturstufe

Zur Durchführung dieser Arbeit war es notwendig, eine dritte Version der bereits vorhandenen Tieftemperaturstufe für das Rasterelektronenmikroskop (Cambridge S4 - 10 SEM) aufzubauen. Dabei konnten im wesentlichen die Konstruktionsmerkmale der zweiten Version [5.8] beibehalten werden.
Die Tieftemperaturstufe besteht aus einem Badkryostaten, in dem die Proben (bei den hier beschriebenen Experimenten Saphireinkristalle, die die supraleitende Brücke tragen) von unten mit flüssigen Helium gekühlt werden können. Die Oberseite der Proben befindet

sich im Vakuum, und kann mit dem Elektronenstrahl bestrahlt werden. Die Proben sind über Mikrometerschrauben in 2 Richtungen verschiebbar. Die Temperatur kann durch Abpumpen des Heliumgases zwischen ca. 1.5 K und 4.2 K variiert werden. Gegenüber der zweiten Version wurde die elektrische Verkabelung des Kryostaten verändert.

Ferner konnte durch Verwendung anderer Materialien und konstruktiver Änderungen im Kryostatenoberteil die Wärmekapazität und die Heliumverdampfungsrate verkleinert werden. Dies führte zu geringem Heliumverbrauch bei längeren Experimentierzeiten gegenüber der zweiten Version der Tieftemperaturstufe.

5.2 Abbildungsverfahren und Auflösungsvermögen

Die Bestrahlung eines Festkörpers mit Elektronen einer Energie von 1 -30 keV, wie sie bei der Rasterelektronenmikroskopie verwendet werden, stellt eine massive Störung des Materials dar. Im Supraleiter tritt diese Störung überwiegend als Heizung in Erscheinung.

Bei der Abbildung von Temperaturstrukturen mit dem Rasterelektronenmikroskop wird zur Bilderzeugung als Detektorsignal die Spannung über der stromtragenden Brücke benutzt. Die durch den Elektronenstrahl erzeugte Temperaturerhöhung verursacht eine Spannungsänderung an der Probe, indem die Länge der normalleitenden Zone verändert wird. Dieser Mechanismus ist jedoch nur in einer Umgebung der Zonengrenze zwischen normal- und supraleitendem Gebiet von der Ausdehnung der thermischen Ausheillänge wirksam, da in den supraleitenden Bereichen die Heizleistung des Elektronenstrahls nicht ausreicht, um die kritische Temperatur zu überschreiten.

Die räumliche Auflösung dieses Verfahrens ist somit durch die thermische Ausheillänge begrenzt [1.11, 1.12]. Eine Verbesserung des Auflösungsvermögens ist unter Ausnutzung des thermischen Skineffekts möglich [1.13 - 1.15]. Hierbei wird der Elektronenstrahl hochfrequent ein- und ausgeschaltet. Die hochfrequent modulierte Störung bleibt dabei, verglichen mit der Ausheillänge einer statischen Störung, auf einen kleinen Bereich beschränkt; allerdings ist auch das nutzbare Spannungssignal schwächer.

6. Theorie der Abbildung einer Temperaturstruktur

Eichele hat Temperaturstrukturen mit Hilfe des TTREM experimentell nachgewiesen und die Bildentstehung qualitativ erklären können [1.11]. Bei einem Experiment wurde in der Mitte der Brücke ein zusätzlicher Spannungsabgriff (C in Fig. 6.1) vorgesehen, um damit die Position der normalleitenden Zone verfolgen zu können. Es ergab sich, daß der Elektronenstrahl nicht nur eine Vergrößerung, sondern auch eine Verschiebung der normalleitenden Zone bewirkte. Da die zusätzliche Heizung einer der beiden Zonengrenzen den Gesamtwiderstand vergrößert, nimmt dabei die rein elektrische Heizung aufgrund der Quasispannungssteuerung (Fig. 2.3) ab, so daß die Ausdehnung der normalleitenden Zone auf der nichtbestrahlten Seite abnimmt und eine Nettoverschiebung zur bestrahlten Seite hin resultiert.

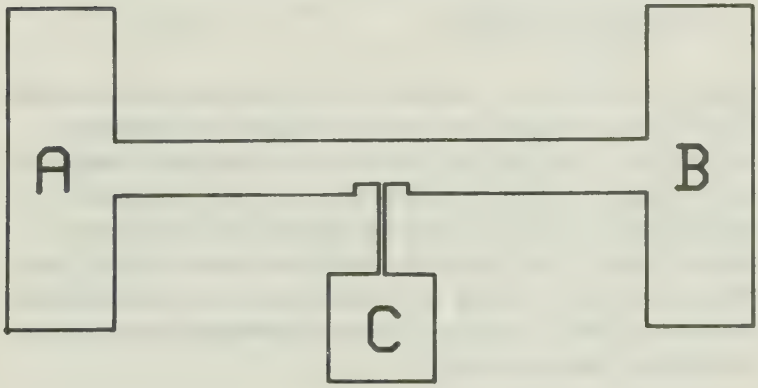

Fig. 6.1 Probengeometrie mit Mittelabgriff zur Lagebestimmung der normalleitenden Zone (schematisch)

Für diese beiden Effekte fehlte eine quantitative Theorie. Diese wird in diesem Kapitel entwickelt. Hierzu ist es notwendig, in die die Temperaturstruktur beschreibende Differentialgleichung Gl. (2.1) die Elektronenstrahlheizung als Störterm einzuführen. Die nichtlineare Differentialgleichung kann dann unter der Annahme einer kleinen Störung durch den Elektronenstrahl linearisiert werden. Dabei ist es möglich, die Elektronenstrahlstörung zeitabhängig zu betrachten. Die im Fall des HF-modulierten Strahls experimentell beobbachtete Verbesserung der Auflösung bei gleichzeitiger Abnahme des Signals kann dann theoretisch erklärt werden.

6.1 Linearisierte Störungstheorie

Der Elektronenstrahl ist auf einen im Vergleich zur thermischen Ausheillänge sehr kleinen Bereich fokussiert, so daß die Heizleistung S am Ort x_0 des Elektronenstrahls punktförmig als

$$S = (W/2)(1+Re(e^{i\omega t}))\delta(x-x_0) \qquad (6.1)$$

dargestellt werden kann. Hierbei ist W die Elektronenstrahlleistung, x_0 der Einstrahlungsort und ω die Kreisfrequenz der Strahlmodulation. Re(z) bildet den reellen Anteil des komplexen Argumentes z. Da der Elektronenstrahl im Tastverhältnis 1:1 ein- und ausgeschaltet wird, ist die tatsächliche Pulsform des Strahls eine Rechteckfunktion, die hier durch einen sinusförmigen Verlauf angenähert wird. Diese Näherung ist sinnvoll, da mit der experimentell verwendeten Lock-In-Technik nur dieser sinusförmige Anteil nachgewiesen wird. Bezeichnen wir mit

$$T_e = \frac{W}{2awn(T_C-T_B)} \qquad (6.2)$$

die reduzierte Elektronenstrahlleistung und gehen wie bei Gl. (2.4) zu reduzierten Einheiten über, so ergibt sich mit Gl. (2.1)

$$DT = f[T]+T_e(1+Re(e^{i\omega t}))\delta(x-x_0), \qquad (6.3)$$

wobei D der lineare Differentialoperator

$$D = -\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dt} + 1 \qquad (6.4)$$

ist. f[T] beschreibt dabei die Joulesche Heizung, wobei direkt die experimentelle Situation der Quasispannungssteuerung (Kapitel 2.2) berücksichtigt wird.
Also erhält man

$$f[T] = T_J[T]\,\Theta(T-1), \qquad (6.5)$$

wobei sich $T_J[T]$ aus Gl. (2.21) und Gl. (2.3b) aus der Abhängigkeit des Probenstroms von der Länge der normalleitenden Zone ergibt. Unter der Annahme, daß der Elektronenstrahl nur eine kleine Änderung des Temperaturprofils hervorruft, kann die Temperatur als Summe des ungestörten, zeitunabhängigen Temperaturprofils T_0, daß sich aus der Lösung der Gleichung $D\,T_0(x) = f[T_0(x)]$ ergibt, und eines kleinen Störterms ΔT dargestellt werden

$$T(x,t) = T_0(x) + \Delta T(x,t)\ . \qquad (6.6)$$

Durch Taylorentwicklung bis zur ersten Ordnung von ΔT kann Gl. (6.3) linearisiert werden, und es ergibt sich, wenn man mit $\delta f[T]/\delta T$ die Funktionalableitung von f[T] nach der Temperatur bezeichnet

$$D\Delta T = \left.\frac{\delta f[T]}{\delta T}\right|_{T=T_0} \Delta T + T_e(1+\mathrm{Re}(e^{i\omega t}))\delta(x-x_0). \qquad (6.7)$$

Die Lösung der linearen Gl. (6.7) zerfällt in einen statischen und einen dynamischen Anteil:

$$\Delta T(x,t) = \Delta T_S(x) + \mathrm{Re}(\Delta T_d(x)e^{i\omega t})\ . \qquad (6.8)$$

Im folgenden werden wir nur den dynamischen Anteil behandeln, da sich der statische aus diesem als Grenzfall für $\omega = 0$ ergibt, und $\Delta T(x,t)$ aus diesem und ΔT_d superponiert werden kann.

Die statische Greenfunktion (Gl. (2.8)) kann zu einer dynamischen erweitert werden. Man erhält für die bezüglich der Zeit fouriertransformierte Greensfunktion

$$G(x,x',q) = \frac{1}{q\ \mathrm{sh}(qL)} \begin{cases} \mathrm{sh}[q(L-x')]\ \mathrm{sh}(qx) & x<x' \\ \mathrm{sh}[q(L-x)]\ \mathrm{sh}(qx') & x>x' . \end{cases} \tag{6.9}$$

Dabei ist q die komplexe Wellenzahl

$$q^2 = 1 + i\omega. \tag{6.10}$$

Formal läßt sich dann die dynamische Lösung von Gl. (6.7) schreiben als eine Integralgleichung

$$\Delta T_d(x) = \int_0^L \left(\frac{\delta f[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0}\ \Delta T_d(x') + T_e \delta(x'-x_0) \right) G(x,x',q)\,dx' \quad , \tag{6.11}$$

wobei der erste Summand aufgrund der Nichtlinearität der Ausgangsgleichung und der zweite aufgrund der Zusatzheizung des Elektronenstrahls entsteht. Der Ausdruck $\delta f[T]/\delta T$ läßt sich schreiben als

$$\frac{\delta f[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0} = \frac{\delta T_J[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0}\ \Theta(T_0-1) + T_J[T_0]\,\frac{d\Theta(T-1)}{dT}\bigg|_{T=T_0} . \tag{6.12}$$

T_J ist eine quadratische Funktion des Probenstromes I (Gl. (2.3b)), der über Gl. (2.21) mit dem Temperaturprofil verknüpft ist. Aufgrund der Symmetrie gilt mit x_r und x_l den Koordinaten der Zonengrenzen Supraleiter-Normalleiter, also $T_0(x_r)=T_0(x_l)=1$

$$\left.\frac{dT_0}{dx}\right|_{x=x_1} = -\left.\frac{dT_0}{dx}\right|_{x=x_r} . \tag{6.13}$$

Damit folgt aus Gl. (6.12) mit $\delta(ax) = 1/|a|\ \delta(x)$ und einer Taylorentwicklung innerhalb der Distribution, die für diesen Distributionstyp zulässig ist

$$\left.\frac{\delta f[T]}{\delta T}\right|_{T=T_0} = 2T_J[T_0]\left.\frac{\delta\, I[T]}{I\ \delta T}\right|_{T=T_0} \Theta(T_0-1)$$

$$+\ T_J[T_0]\left(\frac{dT_0}{dx}\right)^{-1}_{x=x_1}(\delta(x-x_1)+\delta(x-x_r)) . \tag{6.14}$$

Definieren wir nun die Funktionale $x_r[T]$ und $x_1[T]$ durch

$$T(x_r[T]) = T(x_1[T]) = 1 . \tag{6.15}$$

Im Spezialfall $T = T_0$ gilt $x_r = x_r[T_0]$ und $x_1 = x_1[T_0]$. Bezeichnet nun Δx_r bzw. Δx_1 die Lageänderung der linken und rechten Zonengrenzen aufgrund der Störung, also

$$\Delta x_r = x_r[T_0+\Delta T_d] - x_r[T_0]$$

und analog (6.16)

$$\Delta x_1 = x_1[T_0+\Delta T_d] - x_1[T_0],$$

so folgt in linearer Näherung (Fig. 6.2) mit Gl. (6.13)

$$\Delta T_d(x_1) = -\Delta x_1 \left.\frac{dT_0}{dx}\right|_{x=x_1}$$

und (6.17)

$$\Delta T_d(x_r) = \Delta x_r \left.\frac{dT_0}{dx}\right|_{x=x_1} .$$

Aus Gl. (6.11) erhält man dann für die Lageänderung der normalleitenden Zone (siehe Anhang 3)

$$\Delta x_r = A(q)[G(x_r,x_0,q)+G(x_1,x_0,q)] + B(q)[G(x_r,x_0,q)-G(x_1,x_0,q)]$$

$$\Delta x_1 = -A(q)[G(x_r,x_0,q)+G(x_1,x_0,q)] + B(q)[G(x_r,x_0,q)-G(x_1,x_0,q)]. \qquad (6.18)$$

Die Koeffizienten A(q) und B(q) findet man im Anhang 3. Für den statischen Fall, also q=1 ergibt sich

$$A(1) = \frac{T_e}{2T_J} \frac{ch(1)}{sh(1-2x_1)+2c\ sh(x_1)sh(1-x_1)}$$

und

$$B(1) = \frac{T_e}{2T_J} \frac{sh(1)ch(1)}{sh^2(1-x_1)}\ , \qquad (6.19)$$

wobei $c = [(1+y)\ (1 - x_1)]^{-1}$, und y = (R1 + R2)/R3 bedeutet.

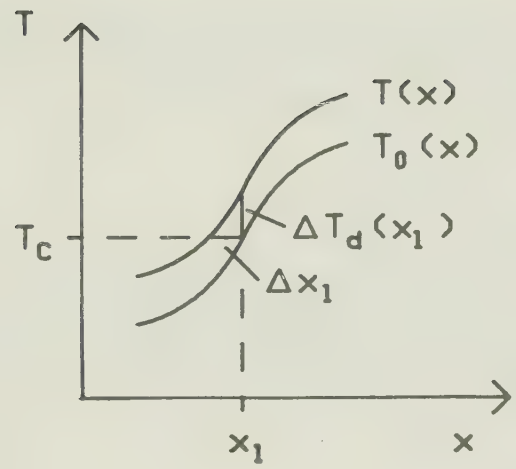

Fig. 6.2 Beziehung zwischen Δx_1 und $\Delta T_d(x_1)$ gemäß Gl. (6.17)

Für die experimentelle Beobachtung dieser Lageänderung sind die Spannungsänderungen ΔV_{AC}, ΔV_{CB} und ΔV_{AB} zwischen den Punkten A, B und C von Bedeutung, wie sie von Eichele direkt gemessen werden konnten [1.11] (Fig. 6.1). Mit der Stromänderung

$$\Delta I = cI(\Delta x_r - \Delta x_1)/2 \tag{6.20}$$

ergibt sich für die Spannungsänderungen

$$\begin{aligned} \Delta V_{AC} &= -\Delta x_1 r\eta \frac{I}{dw} + R3\Delta I/2 \\ \Delta V_{CB} &= \Delta x_r r\eta \frac{I}{dw} + R3\Delta I/2 \\ \Delta V = \Delta V_{AB} &= \Delta V_{AC} + \Delta V_{CB} = (\Delta x_r - \Delta x_1) r\eta \frac{I}{dw} + R3\Delta I. \end{aligned} \tag{6.21}$$

6.2 Physikalische Interpretation

Gemäß Gl. (6.11) kann der aufgrund der Nichtlinearität von Gl. (6.3) auftretende Term $(\delta f[T]/\delta T)\Delta T_d$ als ein zusätzlicher Heizterm interpretiert werden. Explizit lassen sich gemäß Gl. (6.14) drei Terme S_J, S_l und S_r unterschieden. Mit Gl. (6.20) erhält man aus dem ersten Term von Gl. (6.14)

$$S_J = 2\, T_J[T_0]\, \frac{\Delta I}{I}\, \Theta(T_0-1). \tag{6.22}$$

Dieser Term beschreibt die aufgrund der Stromänderung verursachte Änderung der Jouleschen Heizung. Daher verschwindet er im supraleitenden Gebiet, d. h. im Gebiet mit $T_0<1$.
Die Beiträge

$$S_l = - T_J \Delta x_l \delta(x-x_l)$$

und (6.23)

$$S_r = T_J \Delta x_r \delta(x-x_r)$$

ergeben sich aus den beiden anderen Termen von Gl. (6.14). Sie beschreiben die aufgrund der Lageänderung der normalleitenden Zone verursachte Änderung der Jouleschen Heizung an den Zonengrenzen. Sie erscheinen in dieser Näherung als punktförmige Heizquellen am Ort der Zonengrenzen.

6.3 Statisches Verhalten

Ein typischer berechneter Verlauf des Spannungssignals ist für den Fall der Probe H4 (Eichele) [1.11] in Fig. 6.3 dargestellt. In x - Richtung ist die Position des Elektronenstrahls auf der Brücke, in y-Richtung das zusätzliche Spannungssignal aufgrund der Störung durch den Elektronenstrahl dargestellt. Die Badtemperatur beträgt 2.4 K, die Elektronenstrahlleistung wurde aus 10 nW geschätzt.

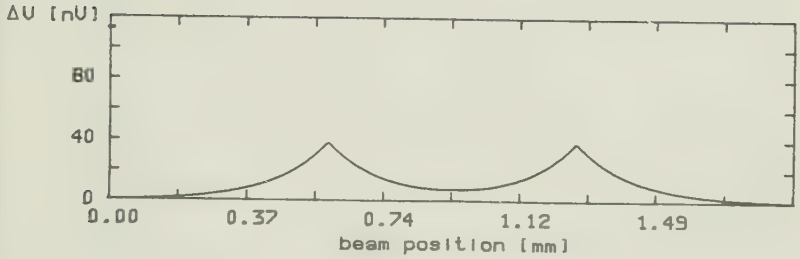

Fig. 6.3 Berechneter Verlauf des Spannungssignals (Gl. (6.21)) für die Probe H4 von Eichele [1.11], die Strahlleistung beträgt W=10 nW, die Badtemperatur T = 2.4 K

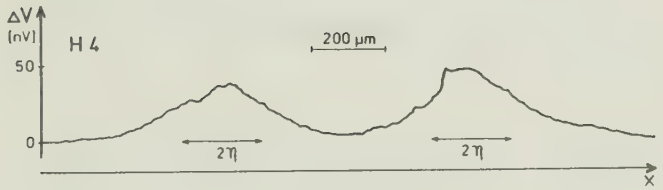

Fig. 6.4 Experimenteller Spannungsverlauf bei der Probe H4 von Eichele (aus [1.11])

Die Kurve für Fig. 6.3 wurde für den statischen Fall $\omega = 0$, wie er bei den damaligen Experimenten realisiert war, berechnet. Die Maxima der Kurven liegen bei den Zonengrenzen Supraleiter - Normalleiter.

Der Abfall der Kurven von den Maximalwerten ist durch die thermische Ausheillänge bestimmt. Ein Vergleich mit den experimentellen Er-

gebnissen (Fig. 6.4) zeigt eine recht gute Übereinstimmung von Experiment und Theorie.

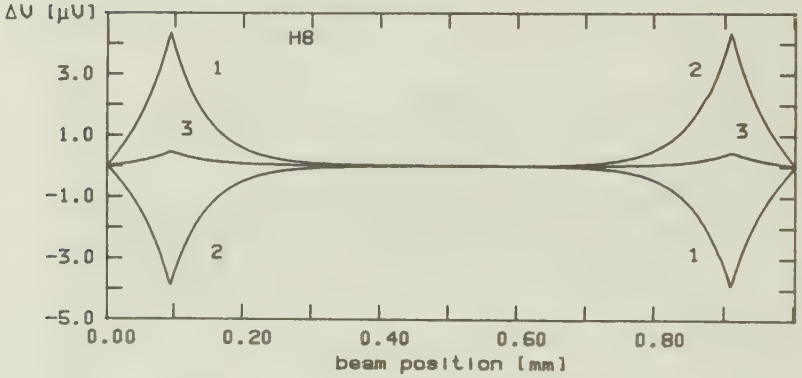

Fig. 6.5 Berechneter Spannungsverlauf ΔV_{AC} (Kurve 1), ΔV_{CB} (Kurve 2), ΔV_{AB} (Kurve 3) (Gl. (6.21)) für die Probe H8 von Eichele ([1.11]), Elektronenstrahlleistung W = 80 nW, Badtemperatur T_B = 3.1 K

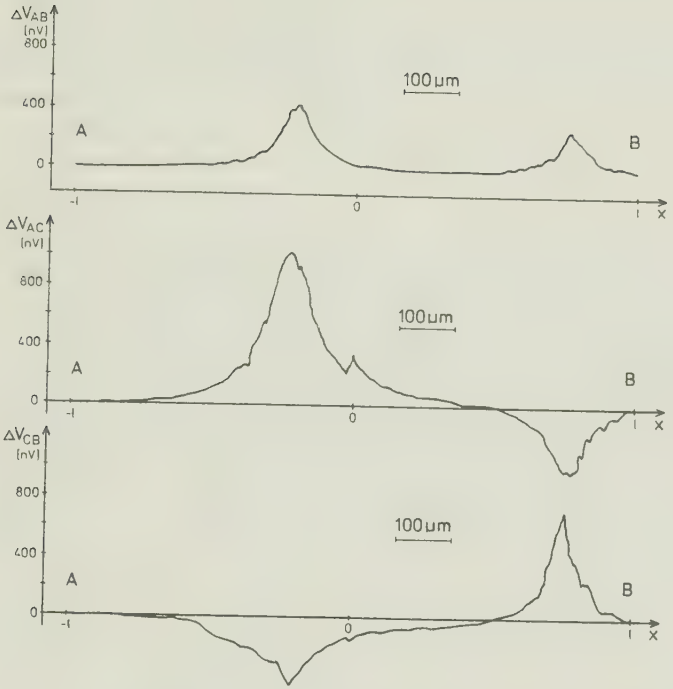

Fig. 6.6 Experimentelle Spannungsprofile der Probe H8 von Eichele (aus [1.11])

Bei der Probe H8 (Eichele [1.11]) war es durch den zusätzlichen Mittelabgriff (Fig 6.1), möglich die beiden Teilspannungen ΔV_{AC} und ΔV_{CB} abzugreifen. So konnte neben der Längenänderung auch die Lageänderung der normalleitenden Zone unter Einfluß der lokalen Elektronenstrahl-Heizung beobachtet werden. Fig. 6.5 zeigt die berechneten Werte von ΔV_{AC} (Kurve 1), ΔV_{CB} (Kurve 2) und ΔV_{AB} (Kurve 3) für die Probe H8 als Funktion der Elektronenstrahlposition. Diese Kurven können folgendermaßen interpretiert werden. Trifft der Elektronenstrahl in eine Umgebung der Zonengrenze etwa

bei x_r, so bewirkt die Zusatzheizung eine Verschiebung der Zonengrenze um Δx_r nach rechts. Die linke Zonengrenze bei x_l wird ebenso um Δx_l nach rechts verschoben, da jedoch $\Delta x_l < \Delta x_r$ ist, vergrößert sich die normalleitende Zone insgesamt. Diese Vergrößerung des Widerstandes hat eine Verkleinerung des Probenstromes gemäß Gl. (6.20) zur Folge. Damit verbunden ist eine Abnahme der Jouleschen Heizung. Diese Abnahme der Jouleschen Heizung bewirkt die Verschiebung der linken Zonengrenze nach rechts, also die Abkühlung der linken Seite.

Durch den Elektronenstrahl wird also sowohl die Lage als auch die Größe der normalleitenden Zone verändert. Hierbei sollen nach der Theorie die Spannungssignale ΔV_{AC} und ΔV_{CB} aufgrund der Lageänderung größer sein als das mit der Größenänderung verknüpfte Spannungssignal ΔV_{AB}. Die Symmetrie der Spannungsprofile kann durch eine Entwicklung von Gl. (6.21) mit Gl. (6.18) und Gl. (6.19) nach dem kleinen Parameter y verstanden werden. Es ergibt sich

$$\Delta V_{CB} = -\Delta V_{AC} = r\eta \frac{I}{dw} B(1)[G(x_r,x_0,0)-G(x_l,x_0,0)] \qquad (6.24)$$

bzw.

$$\Delta V_{AB} = 2y r\eta \frac{I}{dw} A(1)[G(x_r,x_0,0)+G(x_l,x_0,0)]. \qquad (6.25)$$

Offensichtlich ist ΔV_{CB} eine bezogen auf die Brückenmitte antisymmetrische, ΔV_{AB} eine symmetrische Funktion des Bestrahlungsortes x_0. Außerdem erkennt man, daß ΔV_{AB} um den Faktor y kleiner als ΔV_{CB} ist. Dies wird verständlich, wenn man beachtet, daß durch y der Grad der Spannungssteuerung der Brücke beschrieben wird. Durch eine gute Spannungssteuerung (kleines y) wird eine Größenänderung der normalleitenden Zone weitgehend verhindert, reine Lageänderungen werden jedoch durch größere Stromänderungen aufgrund von Widerstandsänderungen begünstigt.

In Fig. 6.6 sind die experimentellen Ergebnisse von Eichele dargestellt [1.11]. Qualitativ stimmen Theorie und Experiment recht gut überein. Jedoch sind die experimentell beobachteten Lageänderungen kleiner als die von der Theorie vorhergesagten. Dies hat

seine Ursache vermutlich in Inhomogenitäten der Brücke (eine solche stellt der Mittelabgriff dar), die eine räumliche Fixierung der normalleitenden Zone bewirken.
Die linearisierte Störungtheorie ermöglicht es somit, die an der Temperaturstruktur durch den Elektronenstrahl zusätzlich induzierten Spannungssignale zu erklären.

6.4 Dynamisches Verhalten

Aufgrund des thermischen Skineffekts kann die Auflösung des TTREM durch Hochfrequenzmodulation des Elektronenstrahls verbessert werden [1.13 - 1.16]. Da es für den experimentellen Nachweis mit der Lock-In-Technik ebenfalls erforderlich ist, den Strahl zu modulieren, ist eine Diskussion der Frequenzabhängigkeit des Spannungssignals notwendig. Wie man an der Greenfunktion Gl. (6.9) sofort erkennt, wird die räumliche Auflösung für die eindimensionale Geometrie durch den Realteil der Wellenzahl q bestimmt. Setzt man in Gl. (6.10) alle Größen in nichtreduzierten Einheiten ein, so erhält man folgenden Ausdruck für die frequenzabhängige thermische Ausheillänge:

$$\eta(\omega) = \frac{\eta}{\sqrt{1/2\sqrt{1+(\omega\tau)^2}+1}} \qquad (6.26)$$

Aus der Gl. (6.21) kann man im Prinzip die Frequenzabhängigkeit von ΔV_{AC}, ΔV_{CB} und die ΔV_{AB} bestimmen. Eine numerische Analyse ergibt ähnliche Resultate wie [1.16] (vgl. Kap 7). Im Hochfrequenzlimit $\omega\tau \gg 1$ nimmt die Signalhöhe proportional zu $(\omega)^{-1/2}$ ab.

7. Auflösungsverbesserung durch Hochfrequenzmodulation

Die Verbesserung des Auflösungsvermögens durch Hochfrequenzmodulation des Elektronenstrahls bei der TTREM ist von Pavlicek untersucht worden [1.16]. In dieser Arbeit konnte die Verkürzung der thermischen Ausheillänge nach Gl. (6.26) bestätigt werden. Allerdings war es dort nicht möglich, alle Größen anzugeben, die die Ausheillänge und die thermische Relaxationszeit bestimmen. In dieser Arbeit konnte lediglich aus dem Debyeschen T^3-Gesetz die Wärmekapazität und aus dem Wiedemann-Franz-Gesetz die Wärmeleitfähigkeit des Films bestimmt werden. Es war jedoch nicht möglich, den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Film und Substrat anzugeben, der gemäß Gl. (2.3a) in die Werte der thermischen Ausheillänge und der Relaxationszeit eingeht. Daher mußte der Wärmeübergangskoeffizient als Fitparameter verwendet werden.
Für eine Überprüfung der Theorie wäre es wünschenswert, auf solche Fitparameter zu verzichten. Dies ist bei den hier vorgestellten Experimenten möglich, da der Wärmeübergangskoeffizient gemäß Gl. (2.14) unabhängig aus dem Minimalstrom bestimmt werden kann.

Pavlicek diskutiert auch die Abhängigkeit der Signalhöhe von der Frequenz, ohne diese jedoch experimentell zu bestätigen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde diese Abhängigkeit experimentell untersucht, und eine gute Übereinstimmung mit der Theorie gefunden. Hierbei mußte allerdings die Elektronenstrahlleistung als Fitparameter verwendet werden, da es nicht möglich war, die in der Probe absorbierte Leistung unabhängig zu messen.

7.1 Elektrischer Aufbau

Fig. 7.1 zeigt den elektrischen Aufbau. Mit der Batteriestromquelle und dem Sweeper 1 konnte eine Temperaturstruktur in der Brücke erzeugt werden. Mit den beiden Gleichspannungsmeßgeräten (Keithley 150b) wurde Probenstrom und Probenspannung kontrolliert. Auf Schreiber 1 (hp 7045A) konnte die Strom-Spannungs-Kennlinie der Temperaturstruktur aufgenommen werden. Die Hochfrequenzmodulation des

Elektronenstrahls erfolgte mit einer elektrischen Ablenkungseinheit, auf der sich Wanderwellen ausbreiten. Diese Ablenkeinheit ist bis Frequenzen von 1 GHZ einsetzbar. Die Ansteuerung erfolgt bis zu einer Frequenz von 4 MHZ durch den Pulsgenerator (Wavetek 801). Für eine Frequenz von 10 MHZ wurde ein selbstgebauter Generator verwendet. Der Pulsgenerator lieferte einen Rechteckpuls mit einem Tastverhältnis von 1:1, so daß die Probe nur während einer Halbperiode des Rechteckpulses dem Elektronenstrahl ausgesetzt war. Der Funktionsgenerator (Wavetek 162) steuerte die y-Ablenkung des TTREM mit Dreieckssignalen an. Die Amplitude der y-Ablenkung betrug am Ort der Probe das Doppelte der Brückenbreite, ihre Frequenz 400 HZ. Da das jeweils benutzte Spannungssignal über viele Perioden der y-Ablenkung integriert wurde, kamen etwaige Inhomogenitäten des Films in dieser Richtung nicht zum Tragen. Mit dem Signal von Sweeper 2 konnte die Brücke in Längsrichtung abgerastert werden. Dieses Signal steuerte dabei die x-Ablenkung des TTREM sowie den Schreiber 2 (hp 7045 A). Der Abgriff der Hochfrequenzsignale von der Probe erfolgte über eine Koaxialleitung. Für Signale bis 210 kHZ wurden die Signale hochtransformiert und vorverstärkt (PAR 119) und mit einem phasenempfindlichen Verstärker (PAR 124A) nachgewiesen und durch Schreiber 2 registriert. Für den phasenempfindlichen Nachweis wurde der Lock-In-Verstärker durch den Pulsgenerator 1 getriggert.

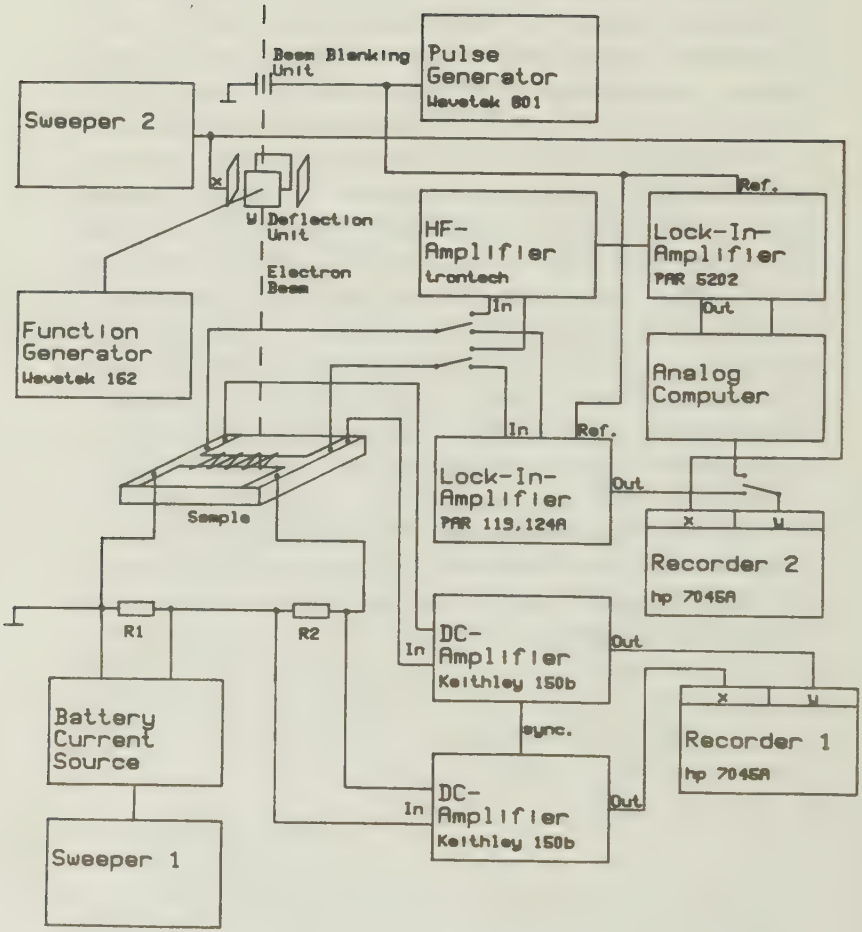

Fig. 7.1 Meßaufbau zum Nachweis des thermischen Skineffekts (schematisch)

Für Frequenzen oberhalb von 210 kHZ wurde ein anderer Vorverstärker (trontech) mit nachgeschaltetem Lock-In-Verstärker (PAR 5202) verwendet. Da die bei dieser Anordnung verwendeten Modulationsfrequenzen des Elektronenstrahls in der Größenordnung der reziproken thermischen Relaxationszeit lagen, trat hier zwischen Triggerpuls und nachzuweisendem Signal eine Phasendifferenz auf. Um den Betrag des Signals zu erhalten, mußten die um 90 Grad versetzten Ausgangssignale des Lock-In-Verstärkers mit einem Analogrechner weiterverarbeitet werden. Diese Anordnung arbeitete somit als Vektorvoltmeter. Zur Unterdrückung von Störsignalen und Oberwellen war der Einsatz von Tiefpässen in den Signalleitungen notwendig (In Fig. 7.1 nicht dargestellt).
Die Beschleunigungsspannung des Elektronenstrahls betrug 26 kV, die Strahlströme 1 - 50 pA.
Vor der eigentlichen Messung mußte der Elektronenstrahl durch die Linsen und Blenden des TTREM durchgefädelt und die Apperatur abgeglichen werden. Dazu genügte es, den Ausgang des Lock-In-Verstärkers direkt auf die Videoeinheit des REM zu geben. (In Fig. 7.1 nicht dargestellt.)

7.2 Proben

Die Messungen wurden an der Probe S1.2 durchgeführt, deren Herstellung bereits im Kapitel 2.3 beschrieben wurde. Um eine möglichst große thermische Relaxationszeit zu erhalten, wie sie für einen leichten Nachweis des Hochfrequenzverhaltens der Brücke erforderlich ist, wurde eine Filmdicke von 1.4 µm gewählt. Um die Joulesche Heizleistung klein zu halten, sollten die Proben möglichst schmal sein. Dadurch wurde auch die Modellforderung der eindimensionalen Brücke erfüllt. (Allerdings können auch breitere Brücken mit dem eindimensionalen Modell gut beschrieben werden [7.1].) Die Länge der Brücke und das zu verwendende Material ergaben sich aus der Forderung nach einem möglichst großen Verhältnis von Brückenlänge zu thermischer Ausheillänge. Dabei erwies sich Zinn, auch aufgrund seines kleinen Wärmeübergangskoeffizienten zum Saphirsubstrat,

als geeignet. Wegen dieses kleinen Wärmeübergangskoeffizienten war die zur Stabilisierung der Temperaturstruktur erforderliche Joulesche Heizung gering und die thermische Relaxationszeit groß. Durch geeignete Sauerstoffdotierung des Materials konnte der elektrische Widerstand und damit auch die thermische Leitfähigkeit des Films variiert werden. Die Supraleitungssprungtemperatur liegt für die verwendete Dotierung bei 3.79 K. Da die Badtemperatur durch den Dampfdruck des Heliums zwischen 1.5 K und 4.2 K eingestellt werden konnte, war es möglich, die Temperaturdifferenz zwischen Sprungtemperatur und Badtemperatur in weiten Grenzen zu variieren.

7.3 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

In Fig. 7.2 werden die experimentell und die aus Gl. (6.26) berechnete thermische Ausheillänge als Funktion der Modulationsfrequenz gegenübergestellt. Dabei wurde für die thermische Relaxationszeit 280 ns, und für die statische thermische Ausheillänge 86 µm eingesetzt. Diese Werte ergaben sich aus dem Wiedemann-Franz-Gesetz für die thermische Leitfähigkeit und dem Debyeschen T^3-Gesetz für die Wärmekapazität des Gitters bei einer Debyetemperatur für Zinn von 200 K [4.6]. Der Wärmeübergangskoeffizient konnte mit Gl. (2.14) aus dem Minimalstrom zu 0.7 W/K cm^2 berechnet werden. Somit weist die durchgezogene Kurve in Fig. 7.2 keine Fitparameter auf. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist vor diesem Hintergrund gut.

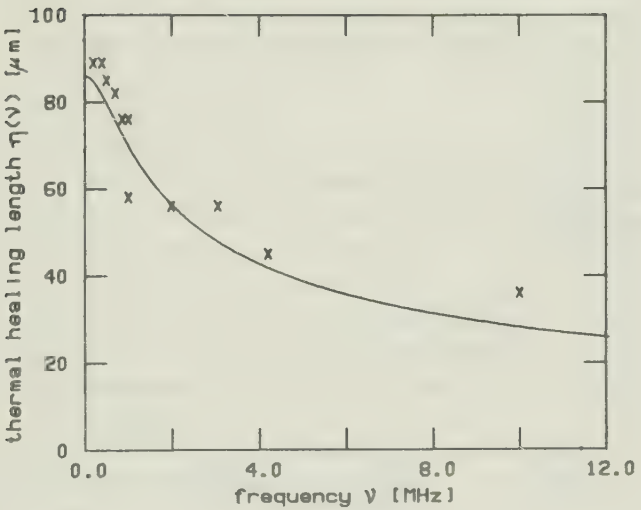

Fig. 7.2 Thermische Ausheillänge $\eta(\nu)$ als Funktion der Frequenz ν
Die Kreuze sind die experimentellen Ergebnisse, die durchgezogene Linie die Theorie nach Gl. (6.26) mit η = 86 μm und τ = 280 ns

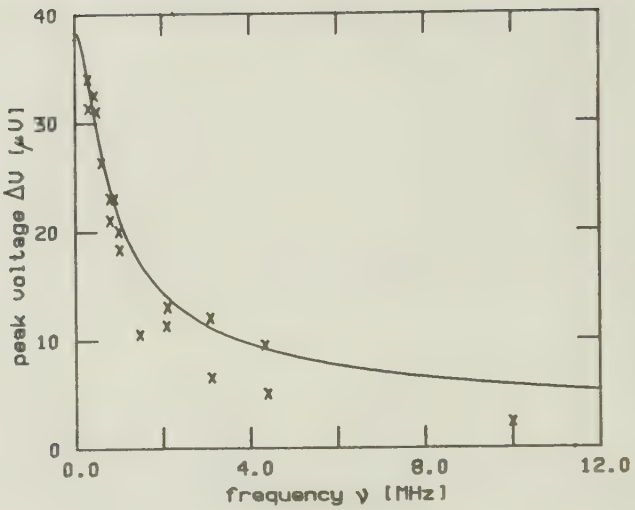

Fig. 7.3 Signalhöhe ΔV als Funktion der Frequenz ν
Die Kreuze sind die experimentellen Ergebnisse, die durchgezogene Kurve die Theorie gemäß Gl. (6.21). Strahlleistung $W = 1\ \mu W$.

In Fig. 7.3 ist die Signalhöhe an den Zonengrenzen als Funktion der Frequenz dargestellt, die sie sich einerseits aus dem Experiment (Kreuze), und andererseits aus Gl. (6.21) ergibt. Dabei wurde die absorbierte Strahlleistung in Gl. (6.1) angepaßt; durch Vergleich mit dem Experiment ergab sich $W = 1\ \mu W$. Dieser Wert erscheint im Rahmen der Genauigkeit, mit der die absorbierte Strahlleistung bestimmt werden kann, als sinnvoll. Auch hier findet man eine gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment.

Aus Fig. 7.2 und Fig. 7.3 erkennt man deutlich, daß eine Auflösungsverbesserung bei der TTREM, also eine Verkürzung der thermischen Ausheillänge, durch Hochfrequenzmodulation immer mit einer Verkleinerung der Signalamplituden verbunden ist. Da der Elek-

tronenstrahl stets auch eine statische Temperaturerhöhung verursacht, kann die Leistung des Strahls nicht beliebig erhöht werden, ohne daß der Elektronenstrahl eine erhebliche Störung des Systems darstellt. Die Möglichkeiten der Auflösungsverbesserung sind daher begrenzt.

Die gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment bestätigt unsere Vermutung, daß die Auswirkungen des Elektronenstrahls auf die hier untersuchten Objekte überwiegend thermischer Natur sind. Andere Wechselwirkungen des Elektronenstrahls mit der Materie können also wohl erst bei erheblich höheren Frequenzen oder anderen Materialien mit kürzeren thermischen Ausheillängen ($<1\ \mu m$) für das Auflösungsvermögen der TTREM eine Rolle spielen, beispielsweise die Ausbreitung ballistischer Phononen oder hochenergetischer Elektronen innerhalb der sog. Streubirne.

Diese Aussage bleibt auch sicherlich für die häufiger untersuchten zweidimensionalen Strukturen richtig (s. Anhang 2). Die Untersuchung der thermischen Effekte des Elektronenstrahls ist also für das Verständnis der TTREM von entscheidender Bedeutung.

8. Divergenz der Einflußfunktion

Der Elektronenstrahl stellt eine Störung der Temperaturstruktur dar. Aufgrund der Analogie zwischen Phasenübergängen und nichtlinearen dissipativen Systemen ist eine Abhängigkeit der Einflußfunktion vom Zustand der Temperaturstruktur zu erwarten, d. h. die durch die punktförmige Störung verursachten Spannungssignale sollten vom gewählten Arbeitspunkt auf der Strom-Spannungskennlinie der Temperaturstruktur abhängig sein. Eine derartige Beeinflussung wurde schon an Hand des zeitlichen Relaxationsverhaltens (critical slowing down) in Kap. 4 beschrieben. Neben dieser Divergenz im zeitlichen Verhalten ist in der Nähe des kritischen Punktes auch eine Divergenz der Einflußfunktionen und damit der Signalhöhe zu erwarten [3.5].
Die in Kapitel 3 behandelte Analogie von Temperaturstrukturen und Phasenübergängen bezog sich jedoch auf den stromgesteuerten Fall. Experimentell ist es aufgrund der Steilheit der Strom-Spannungskennlinie sehr schwierig, das System in der Nähe des kritischen Punktes zu stabilisieren. Aus diesem Grund wurde bei den Experimenten die im Kapitel 2.2 beschriebene Quasispannungssteuerung verwendet. Dies führt zu einer Änderung der Stabilitätsgrenzen der Kennlinie. Wie bereits im Kapitel 2.2 beschrieben, trennt hier nicht der Punkt des relativen Stromminimums die Stabilitätsgebiete, sondern derjenige Punkt, dessen differentieller Widerstand dV/dI gleich der Steigung der Generatorlinie -(R1+R2) ist. In einem Phasendiagramm mit dem Gesamtstrom und der Probenspannung als Variable ist dieser Punkt dann der kritische Punkt des Systems. In der Störungsrechnung Gl. (6.21) tritt an diesem Punkt eine Divergenz auf, wie man mit Hilfe von Gl. (6.18) und Gl. (6.19) erkennt, da der Nenner von A(1) an diesem Punkt zu Null wird.
Der Zustand des Systems wird am besten durch die Spannung über der Temperaturstruktur beschrieben. Diese Größe ist auch experimentell leicht zugänglich.

Fig. 8.1 Signalhöhe ΔV der Elektronenstrahlstörung als Funktion des statischen Spannungssignals V (schematisch)

Fig. 8.1 zeigt das durch den Elektronenstrahl induzierte Spannungssignal bei Bestrahlung einer der Zonengrenzen Supraleiter-Normalleiter als Funktion des statischen Spannungssignals über der Temperaturstruktur. Deutlich sind drei Bereiche zu unterscheiden. Bei großen Spannungen über der Temperaturstruktur sind die Signale aufgrund der Störung klein. Dies ist verständlich, wenn man beachtet, daß sich die signalerzeugenden Zonengrenzen Supraleiter-Normalleiter in diesem Zustand dicht bei den gut gekühlten Kontaktbänken befinden. Eine Vergrößerung der normalleitenden Zone und damit verbunden ein zusätzliches Spannungssignal durch die Elektronenstrahlstörung ist in diesem Fall unter den benutzten Randbedingungen nicht möglich.

Im mittleren Spannungsbereich sind die Spannungssignale aufgrund der Störung nahezu unabhängig vom Zustand der Probe. In diesem Bereich sind die Zonengrenzen um mehr als eine thermische Ausheillänge von den Kontaktbänken entfernt, und der Abstand der Zonengrenzen voneinander ist größer als die thermische Ausheillänge. Im dritten Bereich in der Nähe der Stabilitätsgrenze findet man in der linearisierten Störungstheorie eine Divergenz der von dem Elektronenstrahl verursachten Signale. Hier ist der Abstand der beiden Zonengrenzen in der Größenordnung der thermischen Ausheillänge. Die Divergenz der Signalhöhe ist auf die Wechselwirkung der Zonengrenzen zurückzuführen.

8.1 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau entsprach dem von Kapitel 7 für die Untersuchung des Auflösungsvermögens. Die Experimente wurden mit einer Modulationsfrequenz des Elektronenstrahls von 50 kHZ durchgeführt. Daher wurde der niederfrequente Aufbau von Kapitel 7 verwendet (Lock-In-Verstärker PAR 124A). Die Modulationsfrequenz war damit weit unter der reziproken thermischen Relaxationszeit der Brücke, so daß die Frequenzabhängigkeit des Störsignals nicht von Bedeutung war.
Die Modulation war jedoch notwendig, um die schwachen Signale mit Hilfe des phasenempfindlichen Lock-In-Verstärkers nachweisen zu können. Die Messungen wurden wiederum an der Probe S1.2 durchgeführt.

8.2 Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Die Experimente wurden bei einer Badtemperatur von 1.61 K durchgeführt. Bei dieser Temperatur unterhalb des Lambdapunktes des Heliums ist das Temperaturrauschen der Probe aufgrund der sehr guten Kühlung durch die superfluide Phase des Heliums deutlich geringer als oberhalb des Lambdapunktes. Auch treten bei dieser tiefen

Temperatur keine Probleme durch Gasblasenbildung an der Unterseite des Substrates auf. Die Signalhöhe wurde über die beiden an den Zonengrenzen liegenden Maxima gemittelt. Die normalleitende Zone lag in der Regel nicht symmetrisch zur Brückenmitte, sondern ihre Lage wurde bevorzugt durch in der Brücke vorhandenen Schwachstellen bestimmt. Die Signalhöhen bei den beiden Zonengrenzen waren wegen dieser Inhomogenitäten der Brücke nicht exakt gleich groß. Aufgrund dieser Inhomogenitäten war es ferner notwendig, die Strahlleistungen möglichst gering (<100 nW) zu halten, um eine irreversible Umlagerung der normalleitenden Zone von einer Schwachstelle zu einer anderen zu vermeiden.

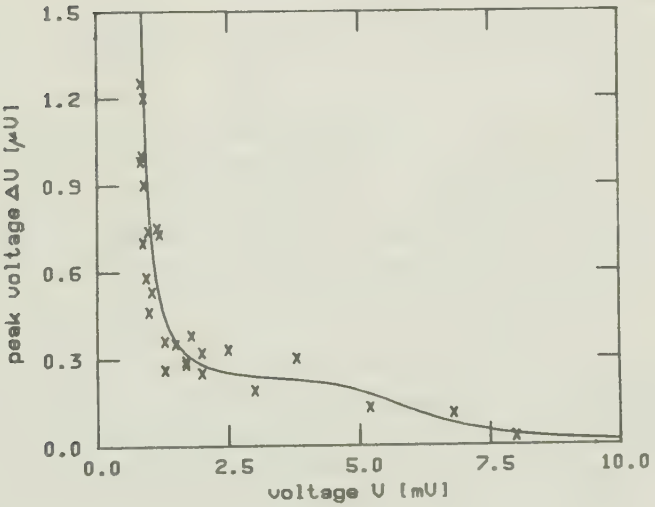

Fig. 8.2 Signalhöhe ΔV als Funktion des statischen Spannungssignals V, Die Kreuze sind die experimentellen Ergebnisse, die durchgezogene Kurve die Theorie gemäß Gl. (6.21)

In Fig. 8.2 sind die experimentellen Ergebnisse und die theoretisch zu erwartende Kurve dargestellt. Dabei wurde die Elektronenstrahlleistung W in Gl. (6.1) angepaßt; durch Vergleich mit dem Experiment ergab sich W = 38 nW. Dieser Wert erscheint bei dem kleinen verwendeten Strahlstrom von 10 pA sinnvoll. Durch diesen Fitparameter wird im wesentlichen nur die Höhe des Plateaus in dem Bereich beeinflußt, wo die Signalhöhe unabhängig von der Größe der Temperaturstruktur ist. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist unter Beachtung der in der Brücke vorhandenen Inhomogenitäten erstaunlich gut.

Eine weitere Annäherung an den kritischen Punkt als in Fig. 8.2 dargestellt und damit ein weiteres Anwachsen der Signale ist aufgrund von Stabilitätsproblemen des Systems nicht möglich. In der Nähe des kritischen Punktes reagiert das System außerordentlich empfindlich auf äußere Störungen und geht sehr schnell in den supraleitenden Zustand über.

9. Zusammenfassung

Temperaturstrukturen in stromtragenden, supraleitenden Brücken sind ein dissipatives, nichtlineares System fern vom thermodynamischen Gleichgewichtszustand. Man findet bei diesen Strukturen die für nichtlineare, dissipative Systeme typische Strukturbildung.

Für das Verhalten dieser Strukturen können gewisse Analogien zu Phasenübergängen erster Art, wie sie qualitativ durch die Landau-Theorie beschrieben werden, aufgezeigt werden. Diese Analogie erleichtert das Auffinden interessanter neuer Effekte in solchen Strukturen, wie die Verlängerung der Relaxationszeiten bei Annäherung an den kritischen Punkt. Dieser Effekt ist als 'critical slowing down' bei gewöhnlichen Phasenübergängen bekannt und kann bereits aus der i. a. nur qualitativ richtigen Landau-Theorie gewonnen werden.

Besonders geeignet zur Untersuchung solcher Temperaturstrukturen ist ein mit einer Tieftemperaturstufe ausgestattetes Rasterelektronenmikroskop, da mit diesem punktförmige Störungen an solchen Strukturen verursacht werden können. Mit Hilfe einer linearisierten Störungstheorie ist es möglich, den Abbildungsmechanismus im TTREM zu verstehen. Die in dieser linearisierten Störungstheorie auftretenden Divergenzen konnten ebenso wie das Relaxationsverhalten aus der Analogie zu den Phasenübergängen verstanden werden. Experimentell konnte die Aussage aus dieser Theorie hervorragend bestätigt werden.

Aus dem Verständnis der Abbildungsmechanismen bei der Tieftemperatur-Rasterelektronenmikroskopie können allgemein gültige Aussagen über das Auflösungsvermögen dieses Verfahrens hergeleitet werden. In den in dieser Arbeit durchgeführten Experimenten zeigte es sich, daß bei thermischen Ausheillängen der Probe, die größer als etwa 1 µm sind, thermische Effekte die Auflösung begrenzen. Durch eine Hochfrequenzmodulation des Elektronenstrahls läßt sich aufgrund des thermischen Skineffekts die Auflösung verbessern.

Man muß jedoch davon ausgehen, daß, aufgrund der Ausdehnung der Streubirne des Elektronenstrahls von ca. 1 µm, unterhalb dieser

Länge andere Mechanismen die Auflösung begrenzen. Diese Mechanismen, wie z. B. die Quasiteilchendiffusion oder die ballistische Phononenausbreitung, könnten dann mit dem Rasterelektronenmikroskop lokal untersucht werden.

10. Anhang 1: Serienschaltung von neun Brücken

Wie Eichele bei der Untersuchung von Brücken aus granularem Aluminium mit großen Verhältnissen von Brückenlänge und thermischer Ausheillänge (L/η=1200) fand, können sich in einer solchen Probe mehrere getrennte normalleitende Zonen nebeneinander ausbilden. In homogenen Brücken ist dagegen nur das Auftreten einer einzigen normalleitenden Zone möglich [2.5]. Man muß daher annehmen, daß mehrere normalleitende Bereiche nur aufgrund von Inhomogenitäten der Brücke entstehen können.
Bei einer solchen Brücke fand Eichele Oszillationen in der Länge einzelner normalleitender Bereiche mit Frequenzen im Kilohertzbereich [10.1]. Diese Oszillationen wurden allerdings nicht weiter untersucht. Die beobachteten Frequenzen waren im Vergleich zur reziproken thermischen Relaxationszeit $1/\tau$, die bei granularem Aluminium im MHZ-Bereich liegt, überraschend klein.

Die Strom-Spannungskennlinien der von Eichele verwendeten Proben wiesen außerdem stets eine Hysterese der Kennlinie auf. Dieser Effekt wurde dort im Rahmen eines Modells erklärt, das eine Breitenmodulation der Brücke berücksichtigte.
Um sowohl die beobachteten Oszillationen als auch die Hystereseeffekte experimentell zu untersuchen, wurden auf einem Saphireinkristall neun Brücken aus sauerstoffdotiertem Zinn von 960 µm Länge, 27 µm Breite und 1.2 µm Dicke präpariert. Alle neun Brücken waren elektrisch in Serie geschaltet, und jede Brücke war mit Spannungsabgriffen versehen, um ihren individuellen Zustand zu kontrollieren.
Das Auftreten von Oszillationen in gekoppelten, nichtlinearen Systemen [10.2] ist z. B. in der Belousov-Zhabotinski-Reaktion [1.1] beobachtet worden. Solche Oszillationen und darüber hinaus chaotisches Verhalten in nichtlinearen Systemen kann aber nur bei einer ausreichenden Zahl von Freiheitsgraden auftreten. Aus diesem Grunde wurden neun Brücken in Serie geschaltet. Für das Auftreten interessanter Effekte in diesen neun nichtlinearen Einzelsystemen ist eine Wechselwirkung zwischen diesen erforderlich. Diese wurde, wie in Kapitel 2.2 (Fig. 2.3) beschrieben, durch

einen Parallelwiderstand erreicht. Diese Quasispannungsteuerung der Gesamtstruktur verursacht bei jeder Längenänderung einer normalleitenden Zone eine Stromänderung in allen Brücken. Hierdurch ist eine Wechselwirkung aller Brücken gegeben.

Durch eine geeignete Sauerstoffdotierung des Zinffilms konnte das Verhältnis von thermischer Ausheillänge zu Brückenlänge so gewählt werden, daß in jeder Brücke nur eine normalleitende Zone existieren konnte. ($L/\eta \approx 40$)

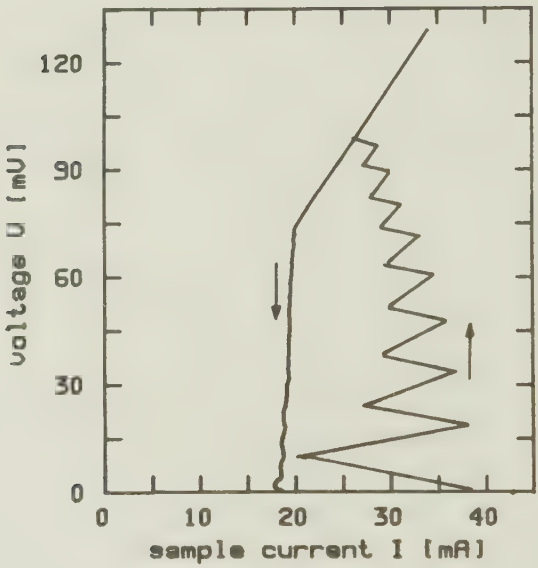

Fig. 10.1 Experimentelle Probenstrom (I)-Gesamtspannungs (V)-Kennlinie für die neun in Serie geschalteten Brücken

In Fig. 10.1 ist die Probenstrom(I)-Gesamtspannungs(U)-Kennlinie der Struktur dargestellt. Deutlich ist die Nukleation der einzelnen normalleitenden Gebiete in den Brücken bei Stromerhöhung zu erkennen. Außerdem sieht man, daß die zur Nukleation erforder-

lichen Ströme mit jeder neu gebildeten normalleitenden Zone kleiner werden. Dies ist vermutlich auf die Aufheizung des Saphirsubstrates zurückzuführen. Die hier auftretende Hysterese in der Kennlinie bestätigt im wesentlichen das Modell von Eichele.

Eventuelle Oszillationen in diesem System müßten aufgrund der Wechselwirkung über die Quasispannungsteuerung entstehen. Aufgrund dieser Kopplung müßten vorhandene Oszillationen im Probenstrom nachweisbar sein. Daher wurde die Spannung, die am Widerstand R2 (vgl. Fig. 2.3) abfällt, mit einem Spektrumanalysator (Marconi TF 2370) im Bereich von 30 HZ bis 100 MHZ untersucht. Es konnten jedoch keine zeitabhängige Signale nachgewiesen werden.

Vermutlich wurden die von Eichele beobachteten Oszillationen durch die Induktivität des Transformators im Vorverstärker verursacht. Solche Induktivitäten führen zusammen mit dem negativ differentiellen Widerstand der Temperaturstruktur zu Oszillationen, wie bereits in [7.1] u. [10.3] berichtet wird.

11. Anhang 2: Zweidimensionale Wärmeausbreitung

Das Auflösungsvermögen bei der TTREM wurde in [1.15 u. 1.16] und in dieser Arbeit für eindimensionale Proben untersucht. Bei vielen Anwendungen, wie z. B. bei Tunnelkontakten oder bei der Phononenfokussierung, sind die Untersuchungsobjekte zweidimensional. Auch bei zweidimensionalen Strukturen wird das Auflösungsvermögen natürlich durch thermische Effekte bestimmt. Es ist daher ebenfalls von Bedeutung, die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung zu betrachten. Stellt man die zu Gl. (2.1) analoge zweidimensionale Gleichung auf, wählt ebene Polarkoordinaten und ersetzt den Jouleschen Heizungsterm durch die Heizung des frequenzmodulierten Elektronenstrahls, so ergibt sich

$$-kd\,\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dT(r,t)}{dr}\right)+Cd\,\frac{T(r,t)}{t}+a(T(r,t)-T_B)$$

$$=(W/2)(1+e^{i\omega t})\frac{1}{r}\,\delta(|r-r_0|), \qquad (11.1)$$

wobei $|r - r_0|$ den Abstand des Aufpunktes vom Fokussierungsort des Elektronenstrahls bezeichnet. Man kann die thermische Ausheillänge $\eta=\sqrt{kd/a}$, die thermische Relaxationszeit $\tau = Cd/a$ und die komplexe Wellenzahl $q^2=1 + i\omega$ genauso wie in Gl. (2.3a) bzw. (6.10) definieren. Geht man mit dem Separationsansatz

$$T(r,t)=T(r)e^{i\omega t} \qquad (11.3)$$

in Gl. (11.1), so erhält man für den ortabhängigen Anteil die Gleichung

$$-\frac{1}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dT}{dr}\right)+q^2T=\frac{W}{2\,kdr}\,\delta(|r-r_0|) \qquad (11.4)$$

Mit der Randbedingung, daß die Temperaturstruktur in unendlicher Entfernung vom Einschußort des Elektronenstrahls auf die Badtempera-

tur absinkt, erhält man als Lösung von Gl. (11.4) die modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung

$$T(r) = \frac{W}{4\pi kd} \; K_0(q\,|r-r_0|) \qquad (11.5)$$

Die modifizierte Besselfunktion $K_0(z)$ zeigt für komplexe Argumente, deren Betrag klein gegen eins ist, ein Verhalten wie ln(z); diese Divergenz der Temperatur folgt aus der Annahme der punktförmigen Fokussierung des Elektronenstrahls. Für Argumente, deren Betrag groß gegen eins ist, hat K(z) ein Verhalten wie (1/z)exp(-z). Hieraus ergibt sich, daß auch im zweidimensionalen Fall die Auflösung durch die thermische Ausheillänge bestimmt ist, und in gleicher Weise durch Hochfrequenzmodulation aufgrund des thermischen Skineffektes eine Auflösungsverbesserung erzielt werden kann.

12. Anhang 3: Ergänzungen zur Störungstheorie

In diesem Abschnitt erfolgt die Herleitung von Gl. (6.18) und Gl. (6.19) aus der Integralgleichung (6.11). Der Ausdruck $(\delta f[T]/\delta T)\ \Delta T_d(x')$ in Gl. (6.11) zerfällt gemäß Gl. (6.14) in drei Terme, wobei aufgrund der δ-Funktionen die hinteren beiden Terme direkt integriert werden können.
Der erste Ausdruck von Gl. (6.14) ergibt mit der Abhängigkeit des Probenstroms von der Temperatur gemäß Gl. (2.21)

$$2\ T_J[T_0]\frac{1}{I}\frac{\delta I[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}\Theta(T_0-1) \tag{12.1}$$

$$= -\ 2\ T_J[T_0]\ \frac{1}{(R1+R2+R3[T_0])}\ \frac{\delta R3[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}\Theta(T_0-1).$$

$R3[T]$ ist der Widerstand der normalleitenden Zone, also mit Gl. (6.15)

$$R3[T] = r\eta(x_r[T]-x_1[T]). \tag{12.2}$$

Aufgrund der Symmetrie von T_0 ergibt sich für $R3[T_0]$

$$R3[T_0]= 2r\eta(1-x_1), \tag{12.3}$$

so daß sich für

$$\frac{\delta R3[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}= \frac{R3[T_0]}{2(1-x_1)}\left(\frac{\delta x_r[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0} - \frac{\delta x_1[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}\right) \tag{12.4}$$

ergibt. Aus Gl. (12.1) folgt mit Gl. (12.4)

$$-\ 2\ T_J[T_0]\ \frac{1}{(R1+R2+R3[T_0])}\ \frac{\delta R3[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}\Theta(T_0-1)$$

$$= -\ c\ T_J[T_0]\ \frac{\delta x_r[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0} - \frac{\delta x_1[T]}{\delta T}\Big|_{T=T_0}\Theta(T_0-1) \tag{12.5}$$

mit $c = [(1+y)(1 - x_1)]^{-1}$ und $y = (R1+R2)/R3$. Gl. (6.11) ergibt mit Gl. (6.14) und Gl. (12.5)

$$\Delta T_d(x) = - c\, T_J[T_0] \int_{x_1}^{x_r} \left(\frac{\delta x_r[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0} - \frac{\delta x_1[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0} \right) \Delta T_d(x') G(x,x',q)\,dx' \tag{12.6}$$

$$+ T_J[T_0] \left(\frac{dT_0}{dx}\right)_{X=X_1}^{-1} (\Delta T_d(x_r) G(x,x_r,q) + \Delta T_d(x_1) G(x,x_1,q))$$

$$+ T_e G(x,x_0,q).$$

Aus der Definition von Δx_r und Δx_1 nach Gl. (6.16) folgt

$$\Delta x_r = \frac{\delta x_r[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0} \Delta T_d(x_r)$$

und (12.7)

$$\Delta x_1 = \frac{\delta x_1[T]}{\delta T}\bigg|_{T=T_0} \Delta T_d(x_1).$$

Somit ergibt sich aus Gl. (12.6) mit Gl. (12.7) und Gl. (6.17), wenn man ferner den Mittelwertsatz der Integralrechnung anwendet,

$$\Delta T_d(x) = - cT_J[T_0](\Delta x_r - \Delta x_1) \int_{x_1}^{x_r} G(x,x',q)\,dx' \tag{12.8}$$

$$+ T_J[T_0](\Delta x_r G(x,x_r,q) - \Delta x_1 G(x,x_1,q))$$

$$+ T_e G(x,x_0,q) .$$

Aus Gl. (12.8) mit Gl. (6.17) ergeben sich für $x=x_r$ bzw. $x=x_1$ zwei lineare Gleichungen für Δx_r und Δx_1. Mit

$$\int_{x_1}^{x_r} G(x_r,x',q)dx' = \int_{x_1}^{x_r} G(x_1,x',q)dx' = \frac{sh(qx_1)sh[q(1-x_1)]}{q^2 ch(ql)} \qquad (12.9)$$

und (Gl. (2.12))

$$\left.\frac{dT_0}{dx}\right|_{x=x_1} = T_J[T_0]\,\frac{sh(1-x_1)ch(x_1)}{ch(1)} \qquad (12.10)$$

ergeben sich die Gleichungen

$$(1/2)\,A^{-1}(q)(\Delta x_r-\Delta x_1) = G(x_r,x_0,q) + G(x_1,x_0,q)$$

und (12.11)

$$(1/2)\,B^{-1}(q)(\Delta x_r+\Delta x_1) = G(x_r,x_0,q)-G(x_1,x_0,q)\ .$$

Hierbei bedeutet

$$A^{-1}(q) = (2\,T_J/T_e)\,\frac{sh(1-x_1)ch(x_1)}{ch(1)} + 2c\,\frac{sh[q(1-x_1)]\,sh(qx_1)}{q^2 ch(ql)}$$

$$- \frac{sh(qx_1)ch[q(1-x_1)]}{q\,ch(ql)}$$

und (12.12)

$$B^{-1}(q) = (2\,T_J/T_e)\,\frac{sh(1-x_1)ch(x_1)}{ch(1)} - \frac{sh(qx_1)sh[q(1-x_1)]}{q\,sh(ql)}\ .$$

Hieraus ergibt sich Gl. (6.18) und im Fall $q=1$, also $\omega=0$, die Gl. (6.19).

13. Literaturverzeichnis

[1.1] H. L. Swinney, Physica 7D, 3 (1983)

J. P. Eckmann, Rev. of Mod. Phys., 53, 643 (1981)

Nichtlineare Dynamik in kondensierter Materie,
14. Ferienkurs der KFA Jülich, 1983

[1.2] E. Ben-Jacob, I.Goldhirsch, Y. Imry, Phys. Rev. Lett. 49, 1599 (1982)

[1.3] H. Seifert, Phys. Lett. 98A, 213 (1983)

[1.4] G. Reiner, Diplomarbeit, Tübingen (1984)

[1.5] W. J. Skocpol, M. R. Beasley, M. Tinkham, J. Appl. Phys, 45, 4054 (1974)

[1.6] H. Haken, Synergetics, Springer, Berlin (1977)

[1.7] H. Haken, Advanced Synergetics, Springer, Berlin (1983)

[1.8] R. Eichele, H. Seifert, R. P. Hübener, Appl. Phys. Lett. 38, 383 (1981)

[1.9] R. Eichele, R. P. Hübener, H. Seifert, Physica 108B, 1029 (1981)

[1.10] R. Eichele, L. Freytag, H. Seifert, R. P. Hübener, J. R. Clem, J. Low Temp. Phys. 52, 449 (1983)

[1.11] R. Eichele, Dissertation, Tübingen (1982)

[1.12] R. P. Hübener, Rep. Prog. Phys. 47, 175 (1984)

[1.13] J. R. Clem, R. P. Hübener, J. Appl. Phys 51, 2764 (1980)

[1.14] H. Pavlicek, L. Freytag, R. P. Hübener, H. Seifert, Proc. Applied Superconductivity Conf., Knoxville, Tenn. IEEE Trans. Magn. MAG-19 1296 (1983)

[1.15] H. Pavlicek, L. Freytag, H. Seifert, R. P. Hübener, J. Low Temp. Phys. 56, 237 (1984)

[1.16] H. Pavlicek, Dissertation, Tübingen (1984)

[2.1] M. Buettiker, R. Landauer, Nonlinear Phenomena at Phase Transitions and Instabilities, Herausgeber T. Riste, Plenum Publ. Corp. (1982)

[2.2] R. Landauer, Physics Today, Nb. 11, 23 (1978)

[2.3] H. Busch, Annalen der Physik 64, 26 (1921)

[2.4] B. Ross, J. D. Litster, Phys. Rev. A, 15, 1246 (1976)

[2.5] P. Mazur, D.Bedeaux, J. Stat. Phys. 24, 215 (1981)

[2.6] D. Bedeaux, P. Mazur, Physica 105 A, 1 (1981)

[2.7] R. P. Hübener, Magnetic Flux Structures in Superconductors, Springer, Berlin (1979)

[2.8] J. R. Clem, R. P. Hübener, D. E. Gallus, J. Low Temp. Phys. 12, 449 (1973)

[2.9] R. Gross, Diplomarbeit, Tübingen (1983)

[2.10] M. D. Feurer, D. E. Prober, FTSE, 317 (1978)

[2.11] Y. Yamaguchi, C. Ishii, Phys. Lett. 84A, 148 (1981)

[2.12] W. J. Skocpol, Nonequilibrium Superconductivity, Phonons and Kapitza Boundaries, Plenum, New York (1981), S. 559

[2.13] A. Vl. Gurevich, R. G. Mints, Sov. Phys. Sol. State 23, 57 (1981)

[2.14] S. Yamasaki, T. Aomine, Jap. J. Appl. Phys. 18, 667 (1979)

[2.15] G. Dharmadurai, phys. stat. sol. (a) 62, 11 (1980)

[2.16] A. Vl. Gurevich, Sov. Phys. Solid State 24(6), 1010 (1982)

[3.1] I. Rehberg, Physik in unserer Zeit, Nr. 5 (1981)

[3.2] G. Pfister, U. Gerdts, Phys. Lett. 83A, 23 (1981)

[3.3] J. P. Gollup, M. H. Freilich, Phys. Fluids 19, 618 (1976)

[3.4] G. Pfister, I. Rehberg, Phys. Lett. 83A, 19 (1981)

[3.5] W. Gebhardt, U. Krey, Phasenübergänge und kritische Phänomene, Vieweg, Braunschweig (1980)

[3.6] R. A. Pasmenter, D. Bedeaux, P. Mazur, Physica 90A, 151 (1978)

[3.7] D. Bedeaux, P. Mazur, R. A. Pasmenter, Physica 86A, 355 (1977)

[3.8] J. M. Rubi, Stability of Thermodynamic Systems, Herausgeber: J.Casas-Vazquez und G. Lebon, Springer, Berlin (1982)

[3.9] F. Reif, Fundamentals of stat. and therm. physics, McGraw-Hill Book Comp., New York (1965)

[3.10] H. Stumpf, A. Rieckers, Thermodynamik I u. II, Vieweg, Braunschweig (1976)

[4.1] J. W. Bremer, V. L. Newhouse, Phys. Rev. Lett. 1, 282 (1958)

[4.2] R. F. Broom, E. H. Rhoderick, Brit. J. Appl. Phys. 11, 292 (1960)

[4.3] V. L. Newhouse, Applied Superconductivity 1964, John Wiley & Sons, New York (1964)

[4.4] R. F. Broom, E. H. Rhoderick, Solid State Electronics 1, 314 (1960)

[4.5] K. E. Gray, R. T. Kampwirth, J. F. Zasadzwinski, S. P. Ducharme, J. Phys. F 13, 405 (1983)

[4.6] C. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, R. Oldenbourg Verlag, München (1976)

[4.7] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, Solid State Physics, Holt, Rinehart and Winston, New York (1976)

[5.1] L. Reimer, G. Pfefferkorn, Raster-Elektronenmikroskopie, Springer, Berlin (1977)

[5.2] R. Eichele, R. P. Hübener, H. Seifert, K. Selig, Phys. Lett. 87A, 496 (1982)

[5.3] R. Eichele, R. P. Hübener, H. Seifert, Z. Phys. B 48, 89 (1982)

[5.4] W. Metzger, R. Eichele, H. Seifert, R. P. Hübener, Proc. 4th Int. Conf. on Phonon Scattering in Condensed Matter, Stuttgart, Springer, Berlin (1983)

[5.5] H. Seifert, R. P. Hübener and P. W. Epperlein, Phys. Lett. 95A, 326 (1983)

[5.6] H. Seifert, R. P. Hübener and P. W. Epperlein, Phys. Lett. 97A, 421 (1983)

[5.7] R. Gross, H. Seifert, M. Koyanagi, R. P. Hübener, 17th Int. Conf. Low Temp. Phys., Karlsruhe (1984)

[5.8] H. Seifert, Cryogenics 22, 657 (1982)

[7.1] R. P. Hübener, J. Appl. Phys. 46, 4982 (1975)

[10.1] (R. Eichele) private Mitteilung

[10.2] J. P. Gollub, T. O. Brunner, B. G. Danly, Science 200(4), 48 (1978)

[10.3] V. P. Baev, A. Vl. Gurevich, R. G. Mints, and M. S. Ushormirskii, Sov. Phys. Solid State 24(5), 886 (1982)

Die vorliegende Arbeit ist am Physikalischen Institut der Eberhard-Karls-Universität Tübingen entstanden.

Mein Dank gilt vor allem Prof. R. P. Hübener für viele Anregungen und fördernde Diskussionen zu dieser Arbeit, sowie für die Übernahme des Hauptreferats.

Mein besonderer Dank gilt: H. Seifert, R. Eichele, Prof. John R. Clem (Ames Laboratory), Ch. Nöldeke, Hans-Günther Wener, Karl-Heinz Freudenmann und Marie-Luise Fenske.

Der Studienstiftung des deutschen Volkes danke ich für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit.

Lebenslauf:

Persönliches

Lutz Freytag, geboren am 11. 07. 58 in Düsseldorf;
Eltern Dieter und Christine Freytag, geb. Sittig;
ledig; deutsche Staatsangehörigkeit

Ausbildung

1965 - 1968 Evang. Knabenvolksschule in Düsseldorf
1968 - 1977 Kreisgymnasium Grevenbroich (Reifezeugnis am 14. 06. 77)
1977 - 1979 Studium der Physik an der Universität zu Köln (Vordiplom am 16. 10. 79)
1979 - 1982 Studium der Physik an der Eberhard-Karls-Universität in Tübingen (Diplom am 14. 7. 82)
1982 - 1984 Doktorarbeit am Physikalischen Institut der Universität Tübingen unter Anleitung von Prof. R. P. Hübener; Thema: Temperaturstrukturen in supraleitenden Mikrobrücken als Nichtgleichgewichts-Phasenübergang

Stipendien

1979 - 1982 Stipendiat der Studienstiftung des deutschen Volkes
1982 - 1984 Promotionsstipendiat der Studienstiftung des deutschen Volkes

Akademische Lehrer

M. Baumann, P. Dombrowski, A. Faessler, R. P. Hübener, C. Jönsson, G. Mack, G. Möllenstedt, B. Mühlschlegel, W. Neuwirth, F. Pobell, A. Rieckers, R. Schief, E. Schmid, R. Speidel, H. Stumpf, K. Wildermuth, F. Wahl, F. Wasgestian

Druck und Gesamtherstellung: Druckerei Bölk, Tübingen